



CÁLCULO APLICADO

Unidad 1

1. Calcular el área bajo la gráfica de la función $f(x) = 1 + 2x^3$ en el intervalo $[0, 2]$, usando Sumas de Riemann.
2. Calcular el área por exceso de la región bajo la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 4$ en el intervalo $[0, 2]$, usando Sumas de Riemann.
3. Evaluar la integral definida $\int_{-1}^2 (x^3 - 1) dx$ utilizando la definición.
4. Calcular el área de la región bajo la gráfica de la función $y = 2x^2 + 6x + 4$ en $[-2, -1]$, usando Sumas de Riemann.
5. Determinar el valor aproximado de la integral $\int_2^3 \frac{1}{\ln x} dx$ usando la Regla del Trapecio y la Regla de Simpson con $n = 10$.
6. Calcular el área de la región acotada por las gráficas de las funciones $y = x^2 + 2x$ y $y = -x + 4$ en $-2 \leq x \leq 3$.
7. Hallar el área de la región en el 1er. cuadrante que está acotada por la izquierda por el eje y , por abajo por la recta $y = \frac{x}{4}$, por arriba a la izquierda por la curva $y = 1 + \sqrt{x}$ y por arriba a la derecha por la curva $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$.
8. Determinar el área de la región limitada por las funciones $y = |x|$ y $y = x^2 - 2$.
9. Determinar el área de la región limitada por $x + y = 1$, $y = x + 1$, $y = 2$, como una región de x y como una región de y .
10. Determinar el volumen del sólido de revolución que se genera al girar la región limitada por las gráficas de las funciones $x = y^2$ y $x = y + 2$, con respecto a:
 - a) eje y
 - b) recta $y = -1$
11. Determinar el volumen del sólido de revolución que se genera al girar la región limitada por las gráficas de las funciones $x = y^2$ y $x = y + 2$, con respecto a:
 - a) recta $x = 4$
 - b) recta $y = 2$



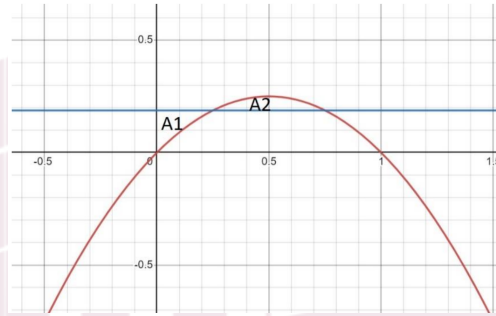
12. Dada la región limitada por $2x - y - 12 = 0$, $x - 2y - 3 = 0$ y $x = 4$, determinar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región con respecto al eje dado:
- recta $y = -4$
 - recta $x = 7$
13. Dada la región limitada por $2x - y - 12 = 0$, $x - 2y - 3 = 0$ y $x = 4$, determinar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región con respecto al eje dado:
- recta $y = 2$
 - recta $x = 4$
14. Encuentre el área de la región comprendida entre las curvas de las funciones $y^2 = 1 - x$ y $2y = x + 2$.
- Determina los puntos de intersección y gráfica las funciones.
 - Dibuja un rectángulo muestra, decide si es vertical u horizontal y de acuerdo con ello integra con respecto a x o con respecto a y .
 - Resuelve y da la respuesta.
15. Hallar el volumen del sólido generado al rotar la región acotada por las curvas $x = (3 - y)^2 - 4$ y $x = -(3 - y)^2 + 4$, alrededor del eje Y .
- Gráfica las funciones, determina los puntos de intersección.
 - Dibuja un rectángulo muestra y luego el disco, arandela o envolvente cilíndrica, según el método que emplearás.
 - Escribe la fórmula y el nombre del método que vas a emplear
 - Desarrolla el proceso
 - Anota la respuesta
16. Hallar una fórmula para la función representada por la integral

$$g(x) = \int_{3\sqrt{x}}^{x^{3/2}} t^3 dt$$

17. Determinar el valor aproximado de la integral $\int_0^1 e^{x^2} dx$ usando la regla del trapecio para $n = 6$ subintervalos.
- Escriba la fórmula de la regla del trapecio:
 - Determine los valores de a , b y Δx
 - Determine los valores de la fórmula, realice operaciones y encuentre el valor aproximado de la integral.



18. Dadas las curvas $y = x - x^2$, $y = w$, encuentre el valor de w , tal que las áreas $A1$ y $A2$ sean iguales.



Analice la gráfica

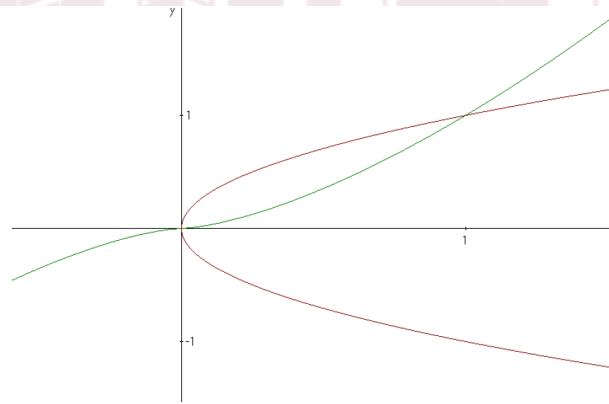
Realice el desarrollo correspondiente hasta obtener el valor de w .

19. Determinar el valor aproximado de la integral $\int_0^2 \frac{1}{4+x^2} dx$ usando la Regla del Trapecio y la Regla de Simpson con $n = 8$ de Riemann determine:
- Una aproximación¹ al área bajo la curva en el intervalo $I = [2, 5]$.
 - El área exacta² bajo la curva sobre I .
20. La figura limitada por la curva $y = xe^x$ y las rectas $y = 0$, $x = 1$, gira alrededor del eje x . Determinar el volumen del sólido de revolución.
23. Hallar el área de la región R determinada por las funciones $y = 6 + x$, $y = x^3$ y $2y + x = 0$.
24. Hallar el volumen de un toro engendrado por la revolución del círculo $x^2 + (y - b)^2 = a^2$ (suponer que $b \geq a$).
25. Hallar la longitud total de la hipocicloide $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, $a \in \mathbb{R}$.
26. Calcular el área bajo la gráfica de la función $f(x) = 4x^2 - 1$ en el intervalo $[0, 1]$, usando sumas de Riemann.



27. Dada la región definida por las funciones $x = y^{2/3}$ y $x = y^2$, determinar:

- El volumen del sólido de revolución que se genera al girar la región con respecto al eje x .
- El volumen del sólido de revolución que se genera al girar la región con respecto al eje y .



28. Determinar la longitud de la curva definida por la función $y = \ln(\sin x)$ para $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.

29. Encontrar el número b tal que la recta $y = b$ divida la región limitada por las curvas $y = x^2$ y $y = 4$ en dos regiones de áreas iguales.

30. Determinar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región en el primer cuadrante limitada por $y = 2 \sin x$, $y = 2$ y $x = 0$, alrededor de la recta $y = 2$.

31. Calcular el valor de la integral $\int_{-2}^1 (x^2 + 3x - 2) dx$ usando la definición, esto es, como el límite de la sumas de Riemann.

32. Determinar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región limitada por $y = \frac{1}{x^2}$, $y = x$ y $x = 3$, con respecto a) al eje x y b) a la recta $x = 3$.

33. La base de un sólido es la región triangular determinada por los puntos $(0, 0)$, $(3, 0)$ y $(0, 2)$. Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlo con planos perpendiculares al eje x son semicírculos.

34. Determinar el valor aproximado de la integral $\int_0^{\pi} \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$, usando la Regla del Trapecio y la Regla de Simpson con $n = 6$.

35. Dada la región limitada por $y = x$, $y = 1$ y $x = 0$, determinar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región con respecto a) a la recta $x = 1$ y b) a la recta $y = 2$.



36. Mostrar que el área de la superficie de un cono circular recto de altura a y radio de la base b es $\pi b\sqrt{a^2 + b^2}$.
37. Calcular el área bajo la curva de $f(x) = 2 + 3x - x^2$ en el intervalo $[0, 3]$, haciendo uso de sumas de Riemann.
38. Determinar el valor aproximado de la integral $\int_2^3 \sqrt{1 + x^3} dx$, para $n = 4$, usando la Regla de Simpson.
39. Hallar el volumen generado por la región comprendida entre las funciones dadas alrededor de la recta indicada: $y = 4x^2$, $4x + y - 8 = 0$; recta $x = 1$.
40. Calcular el área bajo la curva de $f(x) = 9 - x^2$ en el intervalo $[-3, 3]$, haciendo uso de sumas de Riemann.
41. Determinar el valor aproximado de la integral $\int_1^3 \frac{x}{x^4+1} dx$, para $n = 4$, usando la Regla del Trapecio.
42. Hallar el volumen generado por la región comprendida entre las funciones dadas alrededor de la recta indicada: $y = x^3$, $x = 2$, $y = 0$ alrededor de la recta $x = 2$.
43. Aplicando la suma de Riemann determinar el área bajo la curva de la función: $f(x) = x^2 + 3$ entre $x = -1$ y $x = 5$.
44. Estimar las integrales dadas mediante la regla del trapecio con $n = 6$ o mediante Simpson $3/8$ con $n = 3$ según corresponda.

$$\int_0^1 xe^{3x} dx \quad \int_0^2 \sqrt{2 + x^3} dx$$

45. Encontrar el área comprendida entre las funciones que se indican. Recuerda trazar el gráfico para ayudarte a definir la o las integrales correspondientes: $y = 6 - x^2$; $y = x$.
46. Mediante el método que consideres apropiado (disco, arandela o capas cilíndricas), calcular el volumen del sólido que resulta entre $x = 2$ y $x = 4$ al hacer girar la región comprendida entre la recta $y = 3x + 2$ y $y = 0$. Considera como eje de rotación al eje de las x .
47. Mediante manipulación algebraica, muestre cuál de las siguientes fórmulas no es equivalente a las otras dos:

a) $\sum_{k=2}^4 \frac{(-1)^{k-1}}{k-1}$

b) $\sum_{k=0}^2 \frac{(-1)^k}{k+1}$

c) $\sum_{k=-1}^1 \frac{(-1)^k}{k+2}$



48. Evalúe las siguientes integrales:

a) $\int_{\pi/3}^{\pi} \sec(\theta) \tan(\theta) d\theta$

b) $\int_0^{\pi} \sec^2(x) dx$

c) $\int_{-1}^1 |3^x - 2^x| dx$

d) $\int_0^{\pi/2} |\sen(x) - \cos(2x)| dx$

49. Un halcón que vuela a 15 m/s a una altitud de 180 m deja caer su presa accidentalmente. La trayectoria parabólica de la presa en descenso se describe mediante la ecuación $y = 180 - \frac{x^2}{45}$ hasta que choca con el suelo, donde y es la altura sobre del suelo, y x es la distancia horizontal recorrida en metros. Calcule la distancia que recorre la presa desde el momento en que es dejada caer hasta que choca con el suelo.

50. Encuentre la función longitud de arco para la curva $y = 2x^{3/2}$ con punto inicial $P_0(1, 2)$.

51. Mediante sumas de Riemann demuestre que:

a) $\int_0^b x^2 dx = \frac{b^3}{3}$

b) $\int_a^b x dx = \frac{b^2 - a^2}{2}$

52. Aplique las propiedades de las integrales para verificar las siguientes desigualdades sin evaluar la integral:

a) $2 \leq \int_{-1}^1 \sqrt{1+x^2} dx \leq 2\sqrt{2}$

b) $\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx \leq \int_0^1 \sqrt{1+x} dx$

c) $\int_0^4 (x^2 - 4x + 4) dx \geq 0$

53. Realice lo que se le pide:

a) Utilice el teorema fundamental del cálculo para encontrar la derivada de las funciones:

a) $\tilde{G}(s) = \int_5^s (t - t^2)^8 dt$

b) $H(x) = \int_3^x e^{t^2-t} dt$

c) $F(x) = \int_x^{\pi} \sqrt{1 + \sec(t)} dt$

b) Evalúe la siguiente integral:

a) $\int_{\pi/3}^{\pi} \sec(\theta) \tan(\theta) d\theta$

b) $\int_0^{\pi} \sec^2(x) dx$



54. Evalúe las siguientes integrales:

a) $\int_{-1}^1 |3^x - 2^x| dx$

b) $\int_0^{\pi/2} |\sin(x) - \cos(2x)| dx$

55. Calcule el volumen de:

a) un cono truncado circular recto cuya altura es h , base inferior de radio R , y radio de la parte superior r .

b) un tetraedro con tres caras mutuamente perpendiculares y tres aristas recíprocamente perpendiculares con distancia 3, 4 y 5 cm.

c) el casquete de una esfera con radio r y altura h .

d) la región definida entre las curvas: $y = x^4$, $y = 0$; que gira alrededor del eje $x = 2$.

e) la región delimitada por las curvas: $y = x - x^2$, $y = 0$; que gira alrededor del eje $x = 2$.

f) la región definida entre las curvas: $y = 4x - x^2$, $y = 3$; que gira alrededor del eje $x = 1$.

56. Sea la función

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x - 4}$$

a) Determinar su dominio.

b) Trazar su gráfica.

c) Efectuar la integral

$$\int_0^6 f(x) dx$$

57. la región definida entre las curvas: $y = x^4$, $y = 0$; que gira alrededor del eje $x = 2$.

58. Demuestre que:

$$\int_a^b x dx = \frac{b^2 - a^2}{2}$$

59. Calcular el área bajo la gráfica de la función $f(x) = 2x^2 - x - 1$ en el intervalo $[0, 1]$, usando sumas de Riemann.

60. Calcular el valor de la integral

$$\int_{-1}^2 (x^2 + x - 2) dx$$

usando la definición de integral como el límite de sumas de Riemann.



61. Usar el Teorema Fundamental del Cálculo para hallar la derivada de la función $f(x)$ si

$$f(x) = \int_0^x x^2 \operatorname{sen}(t^2) dt$$

62. Determinar el valor aproximado de la integral

$$\int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$$

usando la Regla del Trapecio y la Regla de Simpson con $n = 6$.

63. Determinar el área de la región limitada por las curvas de las funciones $y = x^2 + 2$, $y = (x - 2)^2$, $y = -x + 1$, eje x y eje y .

64. Dada la región limitada por las rectas $y = 1 - x$, $y = x + 1$ y $y = 2$, determinar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región con respecto a a) eje x , b) a la recta $x = 1$ y c) $y = 2$.

65. Dada la región limitada por $y = x$, $y = 2x$, $x = 2$, determinar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región con respecto: a) eje y , b) eje x , c) la recta $x = 2$ y d) la recta $y = 4$.

66. La base de un sólido es la región del plano xy acotada por la gráfica de $y = 2\sqrt{\operatorname{sen} x}$ en $[0, \pi]$ en x . Calcular el volumen del sólido suponiendo que las secciones transversales que se obtienen al cortarlas con planos perpendiculares al eje x son triángulos equiláteros con bases desde el eje x hasta la curva.

67. Determinar la longitud de la curva definida por la función $y = \ln(\operatorname{sen} x)$ para $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

68. Determinar el área de la superficie de revolución que se obtiene al girar la región limitada por las funciones $x = 4\sqrt{y}$, el eje y y las rectas $y = 1$ y $y = 9$, alrededor del eje y .

69. ¿Qué representa geoméricamente la expresión $\pi \int_a^b [R(x)]^2 dx$?

- a) El área entre dos curvas en el intervalo $[a, b]$
- b) El volumen de un sólido generado por revolución mediante discos sólidos
- c) El volumen de un sólido hueco generado por cilindros
- d) La longitud de una curva rotada en el plano

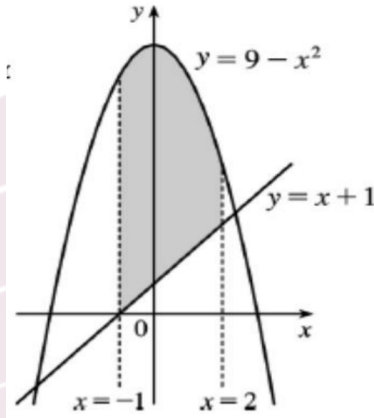


70. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa respecto a la regla de Simpson?
- a) Requiere que el número de subintervalos sea par
 - b) Tiene mayor precisión que el método del trapecio
 - c) Es exacta para cualquier polinomio de tercer grado
 - d) Siempre da resultados exactos si $n \geq 2$
71. ¿Cuál de las siguientes condiciones no es obligatoria para aplicar el método de arandelas?
- a) Que exista una región limitada por dos curvas
 - b) Que el eje de revolución sea perpendicular al eje de integración
 - c) Que las funciones se crucen dentro del intervalo
 - d) Que las funciones sean continuas en el intervalo de integración
72. El volumen generado al girar una región acotada por $y = f(x)$ alrededor del eje y requiere:
- a) Expresar x como función de y
 - b) Aplicar el método de discos
 - c) Integrar respecto a x
 - d) Ninguna de las anteriores
73. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa correctamente el volumen de un sólido generado al girar $y = e^{-x^2}$, de $x = 0$ a $x = 1$, alrededor del eje x ?
- a) $\int_0^1 \pi e^{-2x} dx$
 - b) $\int_0^1 \pi (e^{-x^2})^2 dx$
 - c) $\int_0^1 \pi e^{-x^2} dx$
 - d) $\int_0^1 2\pi x e^{-x^2} dx$

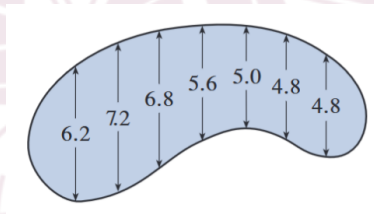
74. Utiliza el método del trapecio con $n = 4$ subintervalos para aproximar:

$$\int_0^2 \frac{1}{1+x^2} dx$$

75. Encuentra el área de la región sombreada



76. Los anchos (en metros) de una piscina en forma de riñón se midieron a intervalos de 2 metros, como se indica en la figura. Usando la regla del punto medio, estime el área de la piscina.

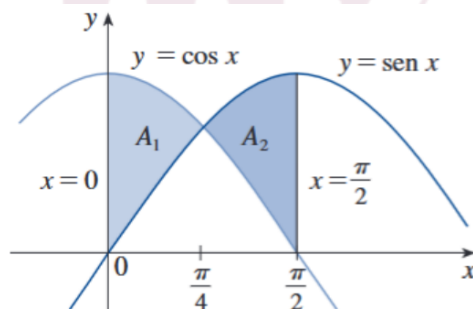


77. Determina el volumen del sólido generado al girar la región encerrada por

$$y = x^2, \quad y = 0, \quad x = 2$$

alrededor de la recta vertical $x = 3$.

78. Calcula el área sombreada ($A_1 + A_2$)





79. Aplicando la suma de Riemann determinar el área bajo la curva de la función:

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + 3$$

entre $x = -1$ y $x = 5$.

80. Estimar la integral dada mediante la regla del trapecio con $n = 6$.

$$\int_1^2 \frac{x^4}{e^{x^2}} dx$$

81. Estimar la integral dada mediante Simpson 1/3 con $n = 6$.

$$\int_1^3 \sqrt{2+x^3} dx$$

82. Encontrar el área comprendida entre las funciones que se indican. Recuerda trazar el gráfico para ayudarte a definir la o las integrales correspondientes.

$$y = 3 - \frac{x^3}{4}; \quad y = 3 - x$$

83. Entre $x = 1$ y $x = 2$ se hace girar la función:

$$y = 2\sqrt{x^3} + 5$$

Considera como eje de rotación $y = 2$ y calcula:

- El volumen del sólido de revolución formado utiliza el método que consideres apropiado: disco, arandela o capas cilíndricas.
- El valor preciso de la longitud del arco función dada que se hizo rotar para formar el sólido.
- El área de la superficie del sólido de revolución. Solo para este punto en particular puedes utilizar algún método numérico para resolver la integral planteada.

84. Mediante el método del disco, de la arandela o de las capas cilíndricas, según lo consideres correspondiente, calcula el volumen del sólido que se genera al rotar la región limitada por las curvas:

$$y = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16 \quad \text{y} \quad y = x^2.$$

Considera como eje de rotación $x = 6$.

85. Calcular el área bajo la gráfica de la función $f(x) = 4 - (x - 1)^2$ en el intervalo $[-1, 4]$, usando sumas de Riemann.



86. Calcular el valor de la integral

$$\int_{-2}^1 (x^3 + x^2 + x + 1) dx$$

usando la definición de integral como el límite de sumas de Riemann.

87. Calcular

$$\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} \sqrt{t^2 + 4} dt$$

88. Hallar la derivada de la función $f(x)$ si

$$f(x) = \int_0^x x^3 \cos(t^2) dt$$

89. Determinar el valor aproximado de la integral

$$\int_{-1}^1 \sqrt{1+x^3} dx$$

usando la Regla del Trapecio y la Regla de Simpson con $n = 8$.

90. Calcular el área de la región acotada por las gráficas de las funciones

$$y = x^4 - 2x^2 + 1 \quad y \quad y = 1 - x^2.$$

91. Dada la región limitada por la función $x = 2\sqrt{y}$, la recta $y + x = 3$ y el eje y ; determinar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región con respecto:

- a) al eje y , b) a la recta $y = 3$, c) a la recta $x = 2$, d) al eje x .

92. Dada la región limitada por la función $x = 4 - (y - 1)^2$ y la recta $y + x = 3$, determinar el volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la región con respecto:

- a) a la recta $y = 3$, b) al eje y , c) a la recta $x = 4$, d) a la recta $y = -1$.

93. Hallar la longitud de la curva definida por la función

$$y = \int_0^x \sqrt{\cos 2t} dt$$

desde $x = 0$ hasta $x = \frac{\pi}{4}$.



Unidad 2

1. Calcular el valor del límite, si es que existe:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^2 \tan x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(2x)}{\arcsin x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(\sin x)$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} [\ln(4x + 3) - \ln(3x + 4)]$
- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (1 + \cos x)^{\tan x}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} (1 - x)^{\ln x}$
- $\lim_{x \rightarrow e} (\ln x)^{\frac{1}{x-e}}$

2. Determinar si la integral converge o diverge, si converge calcular su valor:

- $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{x^4 + 9}$
- $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)(1+\arctan x)}$
- $\int_0^4 \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx$
- $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)} dx$
- $\int_1^{\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$

3. Resolver el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x-1) - x}{\tan \frac{\pi}{2x}}$$

4. Resolver el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\tan \frac{\pi x}{4} \right)^{\tan \frac{\pi x}{2}}$$

5. Hallar los valores de α para los cuales la integral converge o diverge.

$$\int_6^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha-5}}$$



6. Sea la integral dependiente del parámetro α definida como

$$I(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{-x} \frac{\sin \alpha x}{x} dx,$$

notemos que no se puede calcular directamente esta integral, puesto que la primitiva de la función $e^{-x} \sin \alpha x / x$ no se expresa mediante funciones elementales. Sin embargo, la fórmula de Leibniz permite expresar la derivada de $I(\alpha)$ como

$$\frac{dI(\alpha)}{d\alpha} = \int_0^{\infty} e^{-x} \cos \alpha x dx,$$

utilizar este resultado para hallar $I(\alpha)$.

7. Determinar el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\tan x}$$

8. Hallar el radio e intervalo de convergencia de la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{(n+1)^2}$$

9. Resolver la integral:

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$$

10. Determinar el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

11. Determinar la siguiente integral:

$$\int_1^5 \frac{x-2}{x^2-5x+4} dx$$



12. Determinar el valor del límite si existe:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tanh x - \sinh x}{x^2 \tanh x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \tanh x}{\tanh x - \sinh x}$
- c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \cos x \ln(\cos x)$
- d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^x$
- e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sinh x \ln(\sinh x)$
- f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^x$

13. Determinar si la integral converge o diverge:

- a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{4x}{4+x^4} dx$
- b) $\int_0^1 \log x dx$
- c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1+\arctan x}{1+x^2} dx$
- d) $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$
- e) $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x} dx$
- f) $\int_{-2}^2 \frac{1}{x^2-x-2} dx$
- g) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x}{(1+x^2)^2} dx$
- h) $\int_0^1 x^2 \ln x dx$

14. Calcula los siguientes límites, si es que existen.

- a) $\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan t}{\tan 3t}$
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$
- d) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \left[\frac{2+\sec x}{3 \tan x} \right]$

15. Determinar si la integral converge o diverge, si converge calcule su valor:

- a) $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} dx$
- b) $\int_4^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^3} dx$



16. Resuelve las integrales impropias que se plantean a continuación, una con discontinuidad infinita y otra con límite de integración infinito.

a) $\int_{-16}^{16} \frac{2}{\sqrt{16-x}} dx$

b) $\int_1^{\infty} \frac{5}{x^3+2x} dx$

17. Evalúe el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[x - x^2 \ln \left(\frac{1+x}{x} \right) \right]$$

18. Encuentre el valor de la constante C para la cual la integral converge. Evalúe la integral para este valor de C .

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{C}{x+2} \right) dx$$

19. Si un campo electrostático E actúa sobre un líquido o un dieléctrico polar gaseoso, el momento dipolar neto P por unidad de volumen es:

$$P(E) = \frac{e^E + e^{-E}}{e^E - e^{-E}} - \frac{1}{E}$$

Demuestre que

$$\lim_{E \rightarrow 0^+} P(E) = 0$$

20. Si f' es continua, utilice la regla de l'Hospital para demostrar que:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} = f'(x)$$

Explique el significado de esta ecuación con la ayuda de un diagrama.

21. Si $f(t)$ es continua para $t \geq 0$, la transformada de Laplace de f es la función F definida por:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

y el dominio de F es el conjunto que consiste en todos los números s para los cuales la integral converge. Encuentre las transformadas de Laplace de las siguientes funciones:

a) $f(t) = 1$

b) $f(t) = e^t$

c) $f(t) = t$



22. Suponga que f es continua en $[0, \infty)$ y que $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$. ¿Es posible que $\int_0^{\infty} f(x) dx$ sea convergente?. Justifique su respuesta.

23. Calcular el valor del límite, si es que existe

a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^{\cos x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - 5 - x\right)$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3} - x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{\tan x - x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tanh x - x}{\sinh x - x}$

g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\right)^{2x}$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}\right)^{3x}$

24. Determinar si la integral converge o diverge, si converge calcular su valor

a) $\int_{-\infty}^0 x^2 e^x dx$

b) $\int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$

c) $\int_{-1}^0 \frac{1}{x(x+1)} dx$

d) $\int_{-\infty}^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx$

e) $\int_{-1}^{\infty} \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} dx$

f) $\int_0^2 x^2 \ln x dx$

g) $\int_0^2 x(\ln x)^2 dx$

25. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa una forma indeterminada del tipo $\infty - \infty$?

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x} - x\right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} - \ln(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}$

26. La regla de L'Hôpital puede aplicarse cuando:

a) El límite es del tipo a/b con $a \neq 0$

b) El límite es indeterminado del tipo $0/0$ o ∞/∞

c) El límite no existe de forma oscilatoria

d) Siempre que haya una derivada en el numerador



27. ¿Qué significa que una integral impropia converja?

- a) Que se pueda calcular por Riemann
- b) Que el área bajo la curva sea finita
- c) Que la función sea continua
- d) Que no existe ningún punto de discontinuidad

28. ¿Cuál de las siguientes expresiones requiere reescritura previa para aplicar L'Hôpital?

- a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{1/x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\ln(x)}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$

29. El límite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^x$ representa una forma:

- a) ∞^0 , se transforma usando logaritmo natural
- b) 0^0 , y da 1
- c) 1^∞ , pero se resuelve directamente
- d) Ninguna, no es indeterminación

30. Evalúa el límite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

31. Determina si la integral impropia converge o diverge:

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$$

32. Evalúa el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin(x)}{x^3}$$



33. Determina si converge la integral

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln(x)} dx$$

34. Determina si converge la integral:

$$\int_2^{\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} dx$$

35. Evalúa el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\tan(x)} \right)$$

36. Calcular el valor del límite, si es que existe

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \ln(\cos x)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sinh x)^{csch x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(\sinh x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{\coth x}$

g) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x - 5} - x)$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\sin x - x \cos x}$

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tanh x - x}{\sinh x - x}$

j) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{2x}$

37. Determinar si la integral converge o diverge, si converge calcular su valor

a) $\int_0^{\infty} \ln x dx$

b) $\int_4^{\infty} \frac{1}{x^2 - 4x + 3} dx$

c) $\int_0^{\infty} \log x dx$

d) $\int_3^{\infty} \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx$

e) $\int_{-\infty}^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx$

f) $\int_0^2 x (\ln x)^2 dx$

g) $\int_{-1}^{\infty} \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} dx$

h) $\int_0^2 x^2 \ln x dx$



Unidad 3

1. Hallar el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(\ln n)^2}$, Integral, cerrado.
2. Determinar si la sucesión $\left\{ \frac{1+(-1)^n}{n} \right\}$ converge o diverge, si converge dar el valor del límite.
3. Hallar una fórmula para la n-ésima suma parcial de la serie $\sum_{n=2}^{\infty} [(n+1)^{\frac{1}{3}} - (n+2)^{\frac{1}{3}}]$ y usarla para hallar la suma de la serie si ésta converge.
4. Usar un criterio de comparación para determinar si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\sqrt{n}-3}$ converge o diverge.
5. Usar un criterio de comparación para determinar si la serie $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\ln n}{n^5}$ converge o diverge.
6. Determinar si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n^2+1}$ converge o diverge.
7. Determinar si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{5n^2}{3n^3-n}$ converge absolutamente, si converge condicionalmente o si diverge.
8. Demostrar que

$$\sum_{n>1} \frac{1}{n(n-1)} = 1,$$

y use este resultado para demostrar que

$$s = \sum \frac{1}{n^2},$$

converge. Halle además las cotas superior e inferior para s .

9. Estudie la convergencia de la serie $\sum nr^n$.
10. Para cada una de las siguientes series: a) encuentre una fórmula para su n-ésima suma parcial, b) pruebe además la convergencia de la serie y halle su límite.
 - a) $\sum \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$
 - b) $\sum \arctan \frac{1}{2n^2}$
11. Proporcione los argumentos para indicar la convergencia o divergencia de las siguientes series
 - a) $\sum \frac{\sin^2 n}{n^2+5}$
 - b) $\sum \frac{n^3}{n^4+1}$



12. Diga cuál de las siguientes series es i) absolutamente convergente, ii) condicionalmente convergente, iii) ninguna de las anteriores

- a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \dots$
- b) $1,1 - 1,02 + 1,003 - 1,0004 + \dots$
- c) $\sum (-1)^n \frac{1}{n(n+1)}$

13. Pruebe que si $\sum a_n$ converge absolutamente entonces

$$\sum \frac{a_n^2}{1 + a_n^2},$$

converge absolutamente.

14. Indique para cada una de las siguientes series si converge o diverge. Argumente su respuesta.

- a) $\sum \frac{2^n n!}{n^n}$
- b) $\sum \frac{(n!)^2}{(2n)!}$
- c) $\sum \frac{n!}{3^n}$

15. Estudie la convergencia de la serie

$$\sum \frac{1}{n^p} \quad p > 0.$$

16. Resolver la siguiente integral impropia

$$\int_1^{\infty} \frac{x^{\frac{3}{2}} + 3}{x^3} dx.$$

17. Sea la sucesión definida de manera recursiva mediante

$$s_{n+1} = \frac{1}{2} \left(s_n + \frac{a}{s_n} \right),$$

con $a, s_1 > 0$ y arbitrarios.

- a) Demuestre que la sucesión converge a \sqrt{a} .
- b) Utilice el resultado del inciso anterior para aproximar $\sqrt{2}$ con una precisión de hasta 4 decimales.



18. Determinar si la sucesión converge o diverge; si converge calcule el límite.

$$\left\{ \frac{n-2}{\sqrt{n}} \right\}$$

19. Determine si las series son convergentes o divergentes, en caso de que sean geométricas o telescópicas, calcule su suma.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \right)$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{4n^2+1} - n \right)$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right)$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{2^n} - \frac{1}{3^n} \right)$

20. Determinar si la integral $\int_0^4 \frac{1}{(x-3)^2} dx$ converge o diverge.

21. Determinar si la integral converge o diverge.

$$\int_{-2}^2 \frac{x}{x^2-1} dx$$

22. Determinar si la sucesión converge o diverge; si converge calcule el límite.

$$a_n = \frac{\ln(n+1)}{\sqrt{n}}$$

23. Determine si las series son convergentes o divergentes, en caso de que sean geométricas o telescópicas, calcule su suma.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} \right)^n$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{(n+2)^2}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{2n}$

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n + e^{-2n} \right]$

24. Determinar el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2} \right)^n (x-2)^n$

25. Determinar si la integral converge o diverge, si converge calcular su valor

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-x} dx$$



26. Determine si la serie es convergente o divergente y diga el criterio que empleó

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+1}}{n^n}$$

27. Determinar si las series Convergen Absolutamente, Condicionalmente o Divergen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{2^n n! n}$$

28. Para la siguiente sucesión

1,01, 1,0101, 1,010101, 1,01010101, ...

- Encuentre el término general.
- Diga si la sucesión converge, y de ser así, determine el límite.

29. Para la siguiente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2n}{n^2(n+1)^2}$$

- Evalúe numéricamente y calcule las primeras cinco sumas parciales.
- Encuentre un expresión reducida para las sumas parciales.
- Diga si la serie converge, de ser así, determine el límite.

30. Indique para cada uno de los siguientes incisos si se trata de una serie convergente o divergente; argumente.

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n n!}{n^n}$,

ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}$.

31. La función gamma está definida por

$$\Gamma(n+1) = \int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx,$$

en donde n es un entero positivo. Determinar $\Gamma(3)$.

32. Establecer la convergencia o divergencia de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n n!}{n^n}$$



33. Hallar la longitud de la hipocicloide $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.
34. Para cada una de las siguientes series dé los argumentos necesarios para decidir si es convergente o divergente:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{4n} (n!)^4}{(4n)!}, \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{2^n}.$$

35. Dar argumentos para decidir si la siguiente serie es convergente o divergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n} (n!)^3}{(3n)!}$$

36. Determinar si la sucesión $\left\{ \frac{5-2^{-n}}{7+4^{-n}} \right\}$ converge o diverge, si converge dar el valor del límite.
37. Determina si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n^2+1)^3}$ converge o diverge, usando alguno de los criterios de convergencia.
38. Determinar si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n \ln n}$ converge absolutamente, si converge condicionalmente o si diverge.
39. Aplicar el criterio del n-ésimo término de la divergencia para determinar si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (1+(-1)^n)$ diverge; si el criterio no determina la divergencia, emplear las series especiales para determinar su convergencia o divergencia.
40. Determina si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1+4^n}{1+3^n}$ converge o diverge, usando alguno de los criterios de convergencia.
41. Determinar si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{1+e^{2n}}$ converge absolutamente, si converge condicionalmente o si diverge.
42. Determina si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+\cos n}{n^2}$ converge o diverge, usando alguno de los criterios de convergencia.
43. Determinar si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+1)^n}{(2n)^n}$ converge absolutamente, si converge condicionalmente o si diverge.
44. Usa la serie geométrica para expresar el número $13,157157157157\dots$ como un cociente de números enteros.
45. Determina si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{2+\ln(n)}$ converge o diverge, usando alguno de los criterios de convergencia.
46. Determinar si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n!}{2^n}$ converge absolutamente, si converge condicionalmente o si diverge.



47. Con base en las sucesiones a_n y b_n que se presentan en la tabla, deduce el término general de la nueva sucesión c_n resultante de acuerdo con las operaciones que se plantean. Por otra parte, determina el valor correspondiente del término que se indica en la tabla y que pertenece a dichas sucesiones, recuerda que para esto debes de analizar detalladamente los patrones representativos de todas las sucesiones que se hayan planteado.

Sucesión/n	1	2	3	4	...	100	...	n
a_n	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{11}{6}$	
b_n	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{16}$	
$c_n = a_n + b_n$					
$c_n = a_n - b_n$					
$c_n = a_n * b_n$					
$c_n = a_n / b_n$					

48. Identifica el tipo de serie que se plantea (geométrica o telescópica), consigue la estructura correspondiente y determina si las sumatorias que se presentan a continuación son convergentes o divergentes. En caso de tratarse de series convergentes, determina el valor de convergencia.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} -15 \left(-\frac{1}{3}\right)^n$

b) $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n^2-4}$

49. Si se depositan 100 dólares al final de cada mes en una cuenta que paga 3% de interés al año capitalizado mensualmente, la cantidad de interés acumulado después de n meses está dada por la sucesión

$$I_n = 100 \left(\frac{1.0025^n - 1}{0.0025} - n \right)$$

- (a) Encuentre los primeros seis términos de la sucesión.
(b) ¿Cuánto interés habrá obtenido después de dos años?

50. Encuentre el límite de la sucesión:

$$\left\{ \sqrt{2}, \sqrt{2\sqrt{2}}, \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \dots \right\}$$



51. Un paciente toma 150 mg de un medicamento a la misma hora cada día. Justo antes de tomar cada tableta, 5 % del medicamento permanece en el cuerpo.

- a) ¿Qué cantidad del medicamento está en el cuerpo después de la tercera tableta?
¿Después de la n -ésima tableta?
- b) ¿Qué cantidad de la droga queda en el cuerpo a largo plazo?

52. Determine si la serie es convergente o divergente. Si es convergente, encuentre la suma:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$$

53. Explique por qué no es posible utilizar la prueba de la integral para determinar si la serie converge o diverge:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{1+n^2}$$

54. Determine los valores de p para los cuales la serie converge:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln(n))^p}$$

55. Determine el valor de p para el cual la serie es convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(1+n^2)^p$$

56. ¿La serie converge o diverge?

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{n^3+4}$$

57. ¿La serie converge o diverge?

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

58. Determine si la serie es convergente o divergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^3+1}$$

59. Determine si la serie es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+1}{2n^2+1}\right)^n$$



60. ¿Para que valores de k (positivos), la serie converge?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(kn)!}$$

61. Si se invierten 1000 dólares a 6% de interés compuesto anualmente, entonces n años después la inversión tiene un valor de $a_n = 1000(1,06)^n$ dólares.

- (a) Determine los primeros cinco términos de la sucesión $\{a_n\}$.
- (b) ¿La sucesión es convergente o divergente? Explique.

62. Determine si la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 1}{2n^2 + 1} \right)^n$$

es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente.

- (a) Encuentre los primeros seis términos de la sucesión.
- (b) ¿Cuánto interés habrá obtenido después de dos años?

63. Calcule los valores de x para los cuales la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-5)^n x^n$$

converge. Determine la suma de la serie para dichos valores de x .



64. Determinar si la sucesión dada converge o diverge, si converge calcular el valor del límite.

a) $a_n = (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n+1}$

b) $a_n = \sqrt[n]{n^2 + n}$

c) $a_n = e^{-n} \cos n$

d) $a_n = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-3)(2n-1)}{n^n}$

65. Hallar una expresión para la sucesión de sumas parciales de la serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n-1}} - \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$$

y determinar si la serie converge o diverge, si converge calcula su suma.

66. Determinar si la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(-2)^n - 5^n}{8^n}$$

converge o diverge y si converge calcula su suma.

67. Usar la serie geométrica para expresar el número $3,5714714714714 \dots$ como un cociente de números enteros.

68. Usar el criterio del n -ésimo término para la divergencia para determinar si la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right)$$

diverge, si el criterio no determina la divergencia de la serie, determina la convergencia usando series especiales.

69. Usar alguno de los criterios de convergencia para series de términos positivos para determinar si la serie converge o diverge.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n^3}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(2^n)}{n!}$

g) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{5n-2}{2n^2(n-1)}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 2^{-n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \cos n}{n^3}$

f) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n(n+1)}{(n-1)!}$

h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+5n}{4+3^n}$



70. Determinar si la serie converge absolutamente, condicionalmente o si diverge.

a) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2 3^n}{(2n+1)!}$

71. Calcula el límite de la sucesión

$$a_n = \frac{n^2 + \ln n}{n^2 + 1}$$

72. Calcula el límite de:

$$a_n = \frac{\sqrt{n^2 + 3n + 1} - n}{n}$$

73. Determina si la sucesión converge. Si converge, da su límite:

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

74. ¿Converge la sucesión? Justifica:

$$a_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

75. ¿Converge la sucesión? Si es así, ¿cuál es su límite?

$$a_n = \frac{n!}{n^n}$$

76. Determina si convergen o divergen, justifica la respuesta:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^n$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n}$

c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^{1+\frac{1}{\ln n}}}$

d) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^{1-\frac{1}{\ln n}}}$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$



77. Con base en las sucesiones a_n y b_n que se presentan en la tabla, deduce el término general de la nueva sucesión c_n resultante de acuerdo con las operaciones que se plantean. Por otra parte, determina el valor correspondiente del término que se indica en la tabla y que pertenece a dichas sucesiones, recuerda que para esto debes de analizar detalladamente los patrones representativos de todas las sucesiones que se hayan planteado.

Sucesión/ n	1	2	3	4	...	500	...	n
a_n	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{11}{6}$	
b_n	$\frac{3}{1}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{9}{16}$	
$c_n = a_n + b_n$					
$c_n = a_n - b_n$					
$c_n = a_n * b_n$					
$c_n = a_n/b_n$					

78. Identifica el tipo de serie que se plantea geométrica o telescópica, consigue la estructura correspondiente y determina si las sumatorias que se presentan a continuación son convergentes o divergentes. En caso de tratarse de series convergentes, determina el valor de convergencia.

(a)	(b)
$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1+3^n}{4^n}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{16(n+2)}{n^2(n+4)^2}$

79. Determinar la sucesión de sumas parciales de la serie

$$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 5n + 6}$$

si la serie converge o diverge y si converge dar su suma.

80. Determinar la sucesión de sumas parciales de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$$

si la serie converge o diverge y si converge dar su suma.



81. Determinar si la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n^2 + 1}$$

converge o diverge, usando alguno de los criterios de convergencia para series de términos positivos.

82. Determinar si la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 + 2n + 1}$$

converge o diverge, usando alguno de los criterios de convergencia para series de términos positivos.

83. Determinar si la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n + 1}{(2(n + 1))!}$$

converge absolutamente, si converge condicionalmente o si diverge.

84. Determinar si la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2}{(3n)!}$$

converge absolutamente, si converge condicionalmente o si diverge.



Unidad 4

1. Hallar el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n-1}}{(2n-1)!}$; converge para toda x .
2. Hallar el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n(n+1)}$, telescópica, converge, cerrado.
3. Hallar el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt{n^2+3}}$. CBC luego CCL. Abierto, cerrado.
4. Hallar el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n (x-3)^n}{\sqrt{n+3}}$, CBC luego CCL, cerrado, abierto.
5. Hallar el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{\ln n}$, CBC, cerrado, abierto.
6. Determina la representación de la función $f(x) = \ln(1+x)$ como una serie de potencias, usando el hecho $\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$
7. Determinar la representación de la función $f(x) = \ln(x+4)$ como una serie de potencias.
8. Determinar la serie de McLaurin de la función $f(x) = \ln(x+4)$
9. Determinar la serie de Taylor de la función $f(x) = \log_3 x$ en el punto $a = 1$
10. Calcula la serie de McLaurin de la función $f(x) = \cos x$ en $x = 0$
11. Determina la serie de Taylor de la función $f(x) = \ln(x^3)$ con centro en $a = 1$
12. Determina por lo menos 4 términos de la serie de McLaurin para la función del inciso a, y 4 términos de la serie de Taylor para la función del inciso b.
 - a) $f(x) = e^x \overline{\text{sen}}(x)$
 - b) $f(x) = \ln |\text{sen}(x)|$ para $a = \frac{\pi}{6}$



13. Para la siguiente función

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}.$$

- a) Determine su serie de Maclaurin.
b) Utilizando el resultado del inciso a) calcular

i) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, ii) $\int_{0,1}^{0,2} f(x) dx$

14. Para la siguiente función

$$f(x) = \arctan x.$$

Determine su serie de Maclaurin.

15. Determinar el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n (x-3)^n}{\sqrt{n+3}}$

b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(\ln n)^2}$

16. Determinar la Serie de Taylor de la función $f(x) = \cos x$ en $a = -\frac{\pi}{4}$.

17. Determinar la Serie de McLaurin de la función $f(x) = e^{-x} + e^{-2x}$.

21. Determinar el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias

$$\sum_{n=10}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{n-3}}$$

22. Determinar el radio e intervalo de convergencia de la serie de potencias

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\ln n)(x-1)^n}{n^5}$$

23. Determinar la Serie de Taylor de la función $f(x) = \sinh(x-1)$ en $a = 1$.

24. Determinar la Serie de Taylor de la función $f(x) = \cos x$ en $a = \frac{\pi}{2}$.

25. Determinar la Serie de McLaurin de la función

$$f(x) = \frac{1}{1-x}$$

26. Determinar la Serie de McLaurin de la función

$$f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$$