CÁLCULO - ISC

Unidad 1

1. Grafique las siguientes funciones. Determine el dominio, intersección con los ejes y las asíntotas.

   a) $f(x) = \frac{(x^2-4)(x-3)}{x^2-x-6}$

   b) $f(x) = \frac{x^3-2x^2}{x-2}$

   c) $f(x) = \frac{-x^2+x+6}{(x+1)(x^2+1)}$

2. Dibuje la gráfica de la función escalón (o salto) unitario denotada por U y definida por:

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } 0 \leq x \end{cases}$$

3. Defina la siguiente función a trozos y dibuje su gráfica:

$$U(x-1)$$

4. Encontrar el conjunto solución de las siguientes desigualdades:

   a) $\frac{2x+1}{3x-6} \geq 3$

   b) $\left|\frac{2x+1}{3x-6}\right| \geq 3$

5. Desigualdades.

   a) $|x^2-1| \leq -(x+1)$

   b) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-2x-3} \leq 0$

6. Funciones.

   a) Para $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ Determina y simplifica $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

   b) Determine: a) $f+g$, b) $f-g$, c) fg, d) $\frac{f}{g}$, e) $f \circ g$, f) $g \circ f$, g) $f \circ f$, h) $g \circ g$ y calcula sus dominios si

$$f(x) = \tan x$$
$$g(x) = x^2 - 4x$$

7. Halla las asíntotas horizontales y verticales de la función siguiente y grafica la función.

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{(x-1)(x^2-4)}$$

8. A medida que el aire seco se mueve hacia arriba, aumenta su volumen y se enfría. Si la temperatura del suelo es de 20 °C y la temperatura a la altura de 1 km es de 10 °C, expresa la temperatura T, en °C, como función de la altura h, en km; suponiendo que es un modelo lineal. ¿Cuál es la temperatura a una altura de 1.5 km?

9. Resolver la desigualdad

$$|x+2| \leq 2|1-x|$$

10. Determinar el dominio de la siguiente función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x+1}}$$

11. Elaborar un bosquejo de la siguiente función

a)
$$g(x) = \frac{1-2x}{x+3}$$

b)
$$g(x) = \frac{x^2-2x+8}{x-3}$$

12. Encuentre el dominio y grafique la siguiente función

a) $f(t) = \sqrt{3-t} - \sqrt{2+t}$

b) $g(x) = \sqrt{|x|-5}$

13. Determine si f es par o impar o ninguna de las dos.

$$f(x) = x|x|$$

14. Grafique la función a mano, sin trazar puntos, sino empezando con la gráfica de una de las funciones esenciales y después aplicando las transformaciones apropiadas.

$$f(x) = |\sqrt{x} - 1|$$

15. Encuentre las funciones a) $f \circ g$, b) $g \circ f$, c) $f \circ f$ y d) $g \circ g$ y sus dominios, con

$$f(x) = x + \frac{1}{x}, \quad g(x) = \frac{x+1}{x+2}$$

16. Demostrar las siguientes identidades trigonométricas

    a) $\frac{\tan(x)-\sin(x)}{\sin^3(x)} = \frac{\sec(x)}{1+\cos(x)}$

    b) $\tan(x) + \tan(y) = \tan(x)\tan(y)(\cot(x) + \cot(y))$

    c) $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4} + \sin(x)\cos(x)$

17. Resolver las siguientes ecuaciones

    a) $\log_{\sqrt{2}}(x-3) + \log_{\sqrt{2}}(x+2) = 4 + \log_{\sqrt{2}}(x)$

    b) $7(3)^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$

18. Obtenga el valor de x que corresponde la solución de la inecuación $x + 5 < 3 - x < x - \pi$.

19. Determine el valor de x que corresponde la solución de $\frac{|2x-1|-x}{x-5} < 2$.

20. Bosqueje la gráfica de la función $f(x) = \frac{|x|+1}{x^2-1}$, siguiendo el procedimiento analítico de toda la información que incorpore simetría, punto de intersección en los ejes, dominio y asíntotas si existen.

21. Obtenga el valor de x que corresponde la solución de las siguientes inecuaciones:

    a) $\frac{2x+1}{3x+6} \geq 3$

    b) $|x+3| \leq |2x-6|$

22. Resolver la siguiente desigualdad:

$$||x-1|-1| < 1$$

23. Dada la función determinar si es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna y dar su dominio, rango y un bosquejo de su gráfica:

    a) $f(x) = \sqrt{x^2-9} - 4$

    b) $f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ x+1, & 0 < x < 2 \\ x^2-1, & x \geq 2 \end{cases}$

24. Complete la tabla siguiente:

$f(x)$	$g(x)$	$f(g(-3))$	$f \circ g$	$g \circ f$
$4x-5$	$3x+2$			
$\frac{x-1}{x+2}$	$\frac{x-2}{x+1}$			
$2x^2-5$			$2x^2+12x+13$	
	$3x-2$			$30x-17$

25. Resolver las siguientes ecuaciones:

    a) $2\operatorname{sen}(x)+1=3\csc(x)$

    b) $4^{x-1}+2^{x+2}=48$

26. Resolver la desigualdad.

    a) $|x-1|<2|x-3|$

    b) $|3x+1|\le 2x+2$

27. Hallar la amplitud, desplazamientos vertical y horizontal, periodo, punto inicial y grafique.

$$y=4\operatorname{sen}[4(x-0{,}5)]+3$$

28. Obtener la función inversa

$$y=\cos(3x+7)$$

29. Hallar el dominio e imagen de la función, graficar.

$$f(x)=\begin{cases}3x+1 & \text{para } x>0\\ 1 & \text{para } x=0\\ -x-3 & \text{para } x<0\end{cases}$$

30. Dada la función $\sqrt{x}$, aplicar las transformaciones indicadas graficando. Desplazar la función 2 unidades a la izquierda, alargar verticalmente por un factor de 3 y reflejar en el eje x.

31. Hallar las asíntotas verticales y horizontales de la función

$$f(x)=\sqrt{\frac{2x^2+1}{x-5}}$$

32. Resolver la desigualdad planteada y expresar el resultado en notación de intervalo, en notación de conjuntos y dibujar su gráfica:

$$3x^2 + 7x - 6 < 0.$$

33. Determinar la solución de la desigualdad:

$$x^3 + x^2 + x + 1 \geq 0.$$

34. Resolver el problema: las páginas de un libro deben tener cada una $600\,\mathrm{cm}^2$ de área, con márgenes de $2\,\mathrm{cm}$ abajo y a los lados, y $3\,\mathrm{cm}$ arriba. Expresar el área impresa en función de uno de sus lados.

35. Resolver la ecuación:

$$3^{5x-8} - 9^{x+2} = 0.$$

36. Determinar si la función

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 9$$

es monótona en su dominio y graficarla usando transformaciones de funciones.

37. Determinar la solución de la desigualdad:

$$x^3 - 12x + 16 < 0.$$

38. Determinar las soluciones de la ecuación

$$\tan^2 x \sin x = \sin x$$

en el intervalo $[0, 2\pi]$.

39. Determinar el dominio de la función:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \frac{1}{\sqrt{16 - x^2}}.$$

40. Determinar la inversa de la función:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 1} - 3.$$

41. Determinar la solución de la desigualdad:

$$x^3 - x^2 + 2x - 2 < 0.$$

42. Determinar si la identidad es válida.

$$\sin x \sin 2x + \cos x \cos 2x = \cos x$$

43. Determinar el dominio de la función:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}}.$$

44. Hallar la expresión algebraica que se obtiene con la composición:

$$\sin\left(\arctan\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)\right).$$

45. Determinar la solución de la desigualdad:

$$x^3 + x^2 - 5x + 3 \geq 0.$$

46. Resolver el problema: se desea pintar un depósito rectangular de base cuadrada, abierto por arriba. Debe tener $125\,\mathrm{m}^3$ de capacidad. Si el costo de las caras laterales es de $\$2{,}00$ pesos por metro cuadrado y el del fondo es de $\$4{,}00$ pesos por metro cuadrado, expresar el costo en función del lado x de su base.

47. Resolver la ecuación:

$$\ln(-4-x) + \ln 3 = \ln(2-x).$$

48. Esbozar la gráfica de la función usando una función elemental y transformaciones de funciones:

$$f(x) = \left|2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right|.$$

49. Obtener el valor de x que corresponde a la solución de las siguientes inecuaciones:

$$(x-\pi)(x+5)(x-3) > 0, \qquad |3x+4| \leq x+3.$$

50. De

$$f(x) = \frac{x-3}{x-5},$$

determinar analíticamente $h(x) = (f \circ f)(x)$, el dominio D_h, la función inversa $h^{-1}(x)$, justificando con el teorema de la función inversa, y verificar bosquejando las funciones resultantes gráficamente.

51. Grafique las siguientes funciones. Determine el dominio, intersección con los ejes y las asíntotas.

a) $f(x) = 1 + \ln(x-2)$

b) $f(x) = \frac{|x|+1}{x^2-1}$

52. Encontrar el conjunto solución de las siguientes desigualdades:

    a) $|x+2|+|x-2| \leq 12$
    b) $|x^2-3x+1| \leq 1$

53. Resuelva la desigualdad y exprese la solución en términos de intervalos

$$-3 < 3x+6 \leq 12$$

54. Grafique la función alrededor de $x=1$.

$$f(x) = \begin{cases} x+3, & -\infty < x < 1 \\ -(x-1)^2+4, & 1 \leq x < \infty \end{cases}$$

55. Hallar la inversa de f y graficar f y f^{-1}

$$f(x) = 1-x^3, \qquad g(x) = \sqrt[3]{1-x}.$$

56. Escriba la siguiente expresión como el logaritmo de una cantidad

$$\frac{3}{2}\ln(x^2+1) - \ln(x+1) - \ln(x-1).$$

57. Resuelva la siguiente ecuación para $0 \leq \theta < 2\pi$

$$2\cos^2\theta - \cos\theta = 1.$$

58. Establezca el conjunto solución para las siguientes desigualdades:

    a) $\frac{x+3}{2-x} \geq \frac{x}{x+1}$
    b) $\left|\frac{6x+3}{4x-2}\right| < 12$

59. Demuestre lo siguiente:

 a) Si $a, b, c, d > 0$ son números reales tales que

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d},$$

 demuestre que:

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

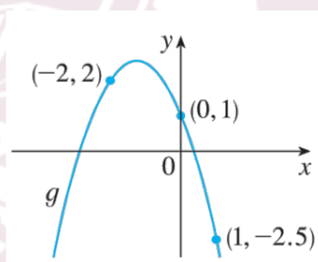
 b) Si

$$|x-2| < 0{,}01 \quad \text{y} \quad |y-3| < 0{,}04,$$

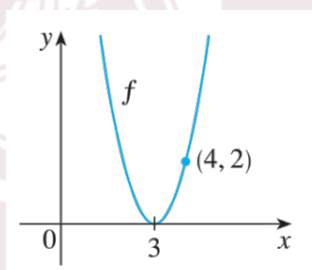
 demuestre que:

$$|(x+y)-5| < 0{,}05$$

60. Encuentre la expresión para las funciones cuadráticas cuyas gráficas se muestran a continuación:



a)



b)

61. ¿Cómo es la gráfica de $y = f(|x|)$ en relación con la gráfica de f?

62. Trace la gráfica de $y = \operatorname{sen}(|x|)$.

63. Trace la gráfica de $y = \sqrt{|x|}$.

64. A partir de la gráfica de $y = e^x$, escriba y grafique, en secuencia, qué resulta de:

  a) desplazarla 2 unidades hacia abajo.
  b) desplazarla 2 unidades a la derecha.
  c) reflejarla sobre el eje x.
  d) reflejarla sobre el eje y.

65. Simplifique la expresión:

$$\cos\left(2\tan^{-1} x\right)$$

66. Si $f(x) = x^5 + x^3 + x$, encuentre $f(3)$ y $f\left(f^{-1}(2)\right)$

67. Establezca el conjunto solución para las siguientes desigualdades:

  a) $\frac{x^2-4x+5}{x^2-3x-4} < 0$
  b) $\left|\frac{5x-2}{x+4}\right| > 8$

68. Demuestre lo siguiente:

  a) Si $|x| \geq 1$ entonces $x^2 \geq x$
  b) $|x - y| \geq |x| - |y|$

69. El administrador de un bazar sabe por experiencia que si cobra x dólares por el alquiler de un espacio en el bazar, entonces el número y de espacios que puede alquilar viene dado por la ecuación

$$y = 200 - 4x$$

  a) Trace la gráfica de esta función. (Recuerde que la renta por el espacio y el número de espacios alquilados no pueden ser cantidades negativas).
  b) ¿Qué representan la pendiente, la intersección con el eje y y la intersección con el eje x de la gráfica?

70. Suponga que g es una función impar y sea

$$h = f \circ g.$$

¿Es h siempre una función impar? ¿Qué pasa si f es par?

71. Comenzando con la gráfica de $y = e^x$, encuentre la ecuación de la gráfica resultante al:

    a) reflejarla sobre la recta
    $$y = 4.$$
    b) reflejarla sobre la recta
    $$x = 2.$$

72. Si una población de bacterias comienza con 100 de ellas y se duplica cada tres horas, encuentre el número de bacterias después de t horas en

$$n = f(t) = 100 \cdot 2^{t/3}$$

    a) Halle la inversa de esta función y explique su significado.
    b) ¿Cuándo la población alcanzará 50000 bacterias?

73. La relación entre las escalas de temperatura Fahrenheit (F) y Celsius (C) está dada por la función lineal:

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

    a) Trace la gráfica de esta función.
    b) ¿Cuál es la pendiente de la gráfica y qué representa? ¿Cuál es la intersección con el eje F y qué representa?

74. Dibuje la gráfica de las siguientes funciones, usando traslaciones, reflexiones, compresiones y estiramientos de una función adecuada.

    a) $y = \frac{1}{1-x}$
    b) $y = |2x - 1| + 1$

75. Encuentre fórmulas para
$$f \circ g \quad \text{y} \quad g \circ f,$$
y determine el dominio de las composiciones, si

$$f(x) = \frac{1+x}{1-x}, \qquad g(x) = \frac{x}{1-x}$$

76. Suponga que f tiene dominio $(-\infty, \infty)$. Determine si la siguiente función es par o impar o ninguna de las dos.

$$g(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}$$

77. Encuentre la inversa de la función

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$

78. Determinar la solución de la desigualdad

$$\frac{x+1}{2-x} \leq \frac{x+2}{x-1}$$

79. Resolver

$$2(x+1) + |x-2| > 3$$

80. Dada las funciones

$$f(x) = \frac{x}{x-1} \qquad \text{y} \qquad g(x) = \sqrt{1-x},$$

determinar las composiciones $(f \circ g)(x)$, $(g \circ f)(x)$ y el dominio de las funciones f y g y de las composiciones.

81. Dada la función

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2},$$

determinar:

a) Si es monótona en su dominio.
b) Si es par, impar o no tiene simetría.
c) Si es biyectiva.
d) Determinar su inversa.
e) Esbozar la gráfica de la función usando las funciones elementales y transformaciones de funciones.

82. Determinar las soluciones de la ecuación $4\operatorname{sen}^2 x + 2\operatorname{sen} x = \sqrt{3}(2\operatorname{sen} x + 1)$ en el intervalo $[0, 2\pi]$

83. Hallar la expresión algebraica a la que es igual la suma de las composiciones $\tan(2\arccos x) + \sin(2\arccos x)$

84. Resolver la desigualdad

$$|x+2| \leq 2|1-x|$$

85. Determinar el dominio de la siguiente función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x+1}}$$

Unidad 2

1. Halla los siguientes límites.

   a) $\lim_{x\to 16} \frac{2\sqrt{x}+x^{3/2}}{\sqrt[4]{x}+5}$

   b) $\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{6-x}-2}{\sqrt{3-x}-1}$

   c) $\lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x+4}-\frac{1}{4}}{x}$

   d) $\lim_{\Delta x\to 0} \frac{(x+\Delta x)^3-x^3}{\Delta x}$

   e) $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{1-\tan(x)}{\sin(x)-\cos(x)}$

   f) $\lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)-1}{2x^2}$

   g) $\lim_{x\to \ln(2)} \frac{e^{3x}-8}{e^{2x}-4}$

2. Halle el valor de $\lim_{x\to 0} \frac{\csc x}{\cot x} + \lim_{x\to 1} \frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ usando únicamente técnicas de límites y/o algebra preliminares; NO regla de L'Hopital.

3. Encuentre los valores de c y k para que la función

$$f(x) = \begin{cases} x+2c & \text{si } x < -2 \\ 3cx+k & \text{si } -2 \leq x \leq 1 \\ 3x-2k & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

   sea CONTINUA en todo $\mathbb{R}$; y del cálculo analítico, bosqueje la función resultante.

4. Determine los siguientes incisos usando algebra preliminares y técnicas de límites, NO regla de L'Hopital:

   a) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$

   b) $\lim_{x\to 0} \frac{\csc x}{\cot x}$

5. Resolver el inciso a):

   a) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\sec(x)}{x^2 \sec(x)}$

6. Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x\to a} \frac{x^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{3}}}$$

7. Hallar los límites:

   a) $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(2x)}{\operatorname{sen}(5x)}$

   b) $\lim_{x\to \infty} \frac{4x^2+x^6}{1-5x^8}$

8. Mediante cálculo analítico, determinar los siguientes límites:

$$\lim_{x\to 0} \frac{6-\sqrt{36-x}}{\sqrt{4+x}-2}, \qquad \lim_{x\to -\frac{1}{2}} \frac{5x^3+3x+1}{5x^2-4x-5}.$$

9. Determinar el valor del límite, si existe:

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}.$$

10. Evaluar el límite, donde c es una constante:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{1 + cx} - 1}{x}.$$

11. Determinar el valor del límite, si existe:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x + x^2}{4x^2}.$$

12. Determinar las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas de la función:

$$f(x) = \frac{1}{x(x-3)^2}.$$

13. Determinar el valor del límite, si existe:

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 8}.$$

14. Determinar el valor del límite, si existe:

$$\lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 3x}.$$

15. Determinar las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas de la función:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 3x - 10}.$$

16. Encontrar un valor de c para el cual la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x < 1, \\ cx^2 + 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

sea continua en $[-2, 3]$.

17. Determinar el valor del límite, si existe:

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}.$$

18. Hallar los números a y b tales que:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{ax + b} - 2}{x} = 1.$$

19. Determinar el valor del límite, si existe:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2 x + \sin 2x}{3x}.$$

20. Determinar las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas de la función:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x - 6}.$$

21. Determinar el valor del límite, si existe:

$$\lim_{x \to 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}.$$

22. Determinar el valor del límite, si existe:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{\tan x}.$$

23. Determinar las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas de la función:

$$f(x) = \frac{1}{x^3 + x^2 - 6x}.$$

24. Encontrar los valores de a y b para los cuales la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 6a, & x < -3, \\ 3ax - 7b, & |x| \leq 3, \\ x - 12b, & x > 3 \end{cases}$$

es continua en los reales.

25. Determinar el valor de los siguientes límites usando técnicas de límites algebraicas preliminares, sin regla de L'Hopital:

$$\lim_{x \to 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{\sqrt{13 - x} - 2}, \qquad \lim_{x \to 0} \frac{\csc x}{\cot x}.$$

26. Calcular qué discontinuidad representa

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}, \quad x \neq 1,$$

y cómo hacer que sea continua.

27. Determinar de forma analítica la información de la función

$$f(x) = \frac{|x| + 1}{x^2 - 1}$$

que incorpore simetría, punto de intersección en los ejes, dominio y asíntotas, si existen. Confirmar la información de sus conclusiones y bosquejar la función en una gráfica.

28. Para la función dada, encuentre

$$\lim_{x\to\infty} f(x) \quad \text{y} \quad \lim_{x\to-\infty} f(x)$$

a)

$$f(x) = 1 + \frac{2e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

b)

$$f(x) = \frac{|4x| + |x-1|}{x}$$

29. La función de Dirichlet está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \in \mathbb{I} \end{cases}$$

¿La función de Dirichlet es continua en todos los reales? Grafique la función.

30. Hallar el límite (si existe)

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}.$$

31. Calcule

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} 3x}$$

Ayuda: divida el numerador y denominador por x.

32. Grafique

$$f(x) = \frac{x^2+x-2}{x^2-1},$$

sus asíntotas horizontales y verticales.

33. Calcule los límites siguientes, si estos existen. Si el límite no existe, explique por qué:

a)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(3x) + \tan(2x)}{x}$$

b)

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^x$$

c)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(x+a) - \ln(a)}{x}$$

34. Encuentre los valores de a y b que hacen a f continua para toda x.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2}, & x < 2 \\ ax^2 - bx + 3, & 2 \leq x < 3 \\ 2x - a + b, & x \geq 3 \end{cases}$$

35. Calcule los límites siguientes, si estos existen. Si el límite no existe, explique por qué:

a)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(x+2) - \operatorname{sen}(2)}{x}$$

b)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x - \cos(x)}{4x + \operatorname{sen}(x)}$$

c)
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - e^x}{1 + 2e^x}$$

36. Encuentre los números en los que f dada por:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \leq 1 \\ \dfrac{1}{x}, & 1 < x < 3 \\ \sqrt{x-3}, & x \geq 3 \end{cases}$$

es discontinua. ¿En cuáles de estos números f es continua por la derecha, por la izquierda o por ninguna de las dos? Trace la gráfica de f.

37. Evalúe el límite si existe. Si no existe, determine si los límites laterales existen (o son infinitos).

a)
$$\lim_{x \to 1^+} \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \right)$$

b)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(4x)}{\operatorname{sen}(3x)}$$

c)
$$\lim_{x \to b} \frac{x^3 - b^3}{x - b}$$

38. Encuentre un valor de k, si existe, tal que la siguiente función sea continua en todo número real.

$$f(x) = \begin{cases} 9 - x^2, & x \geq 3 \\ \dfrac{k}{x^2}, & x < 3 \end{cases}$$

39. Determinar el valor del límite si existe.

a)
$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{2-x} - 1}{\sqrt{10-x} - 3}$$

b)
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \sec x}{x^2 \sec x}$$

c)
$$\lim_{x \to 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{\sqrt{13-x} - 2}$$

d)
$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 \sec x}{1 - \sec x}$$

40. Determinar las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas de la función dada y esbozar su gráfica.

$$f(x) = \frac{x^2}{x^3 + x^2 - 6x}$$

41. Determinar las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas de la función dada y esbozar su gráfica.

$$f(x) = \frac{x^4}{x^3 + x^2 - 6x}$$

42. Encontrar los valores de a y b para los cuales la función

$$f(x) = \begin{cases} -(x+a) - b, & x < -1 \\ x^3 - a, & |x| \leq 1 \\ x^2 - bx + a, & x > 1 \end{cases}$$

sea continua en $x = -1$ y en $x = 1$.

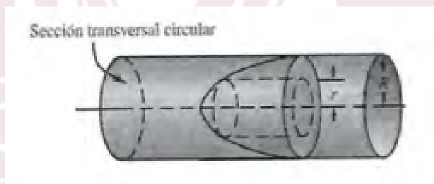
Unidad 3

1. Se producirá una caja, abierta por la parte superior, de una pieza cuadrada de cartón cortando un cuadrado de cada esquina y doblando los lados. Dado que la pieza de cartón mide L unidades por lado, encuentre las dimensiones de la caja con que se obtiene el volumen máximo. ¿Cuál es el volumen máximo?

2. El físico francés Jean Louis Poiseuille descubrió que la velocidad $v(r)$ en cm/s del flujo sanguíneo que circula por una arteria con sección transversal de radio R está dada por $v(r) = \frac{P}{4vl}(R^2 - r^2)$ donde P, v, l son constantes positivas.

   a) Determine el intervalo cerrado sobre el que está definida v.

   b) Determine las velocidades máxima y mínima del flujo sanguíneo.



3. Use criterio de la primera o segunda derivada para graficar las siguientes funciones.

   a) $f(x) = x^{2/3}(6 - x)^{1/3}$

   b) $f(x) = e^{1/x}$

4. Usando la definición deriva
$$f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$$

5. La derivada de la función
$$f(x) = \frac{a - x^2}{(b - x^2)(x^2 - 1)}$$

6. Obtenga la derivada de $y^y\sqrt{y} = x^x\sqrt{x}$.

7. Halle y' de $x^2 \cos y + \operatorname{sen} 2y = xy$.

8. Calcule las ecuaciones de las tangentes y la normal a la curva $x + y = \sqrt{x^2 + y}$ en el punto $(3, 7)$.

9. Demuestre que $y = \cos 2x + \operatorname{sen} 2x$ es solución de la ecuación diferencial $y'' + 4y = 0$.

10. Bosqueje la gráfica de la función $f(x) = 3x^5 + 5x^3$, determinando de forma analítica toda la información que incorpore dominio, simetría, punto de intersección en los ejes, asíntotas, números críticos, puntos de inflexión y sus propiedades si existe e incorpore al concluir toda información en una tabla que confirme sus estimaciones.

11. Obtenga la derivada de $y^y\sqrt{y} = x^x\sqrt{x}$.

12. Bosqueje la gráfica de la función $f(x) = x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{\frac{1}{3}}$, siguiendo el procedimiento analítico de toda la información que incorpore dominio, simetría, punto de intersección en los ejes, asíntotas, números críticos, puntos de inflexión si existe.

13. Una escalera de 25 pies de longitud está apoyada sobre una pared vertical. Su base se desliza a razón de 2 pies por segundo,

    a) ¿a qué ritmo está bajando su extremo superior por la pared cuando la base está a 7 pies de la pared?
    b) determinar el ritmo al que cambia el área del triángulo formado por la escalera, el suelo y la pared, cuando la base de la primera está a 7 pies de la pared.
    c) calcular el ritmo de cambio del ángulo formado por la escalera y la pared cuando la base está a 7 pies de la pared.
    d) calcular la aceleración del extremo superior de la escalera cuando su base está a 7 pies de la pared.

14. Utilizando el método de Newton encontrar al menos una de las raíces de la siguiente función con un épsilon de 10^{-3}:

$$f(x) = x - \sin(x-1)$$

15. Hallar los puntos máximos, mínimos relativos, puntos de inflexión y asíntota oblicua de la función

$$y = \frac{x^3}{x^2-1}$$

16. Derivar implícitamente

$$x^y \sinh(x-y^2)\ln(y^3x^3) = 0$$

17. Hallar la tasa de variación media de la siguiente función en el intervalo indicado.

$$f(x) = \frac{5x+3}{x-1}, \text{ en } [2, 2+h]$$

18. Hallar las siguientes derivadas:

    a) $h(t) = \frac{\text{senh}(t)}{t+1}$
    b) $f(x) = \ln(x^{-4} + x^4)$
    c) $x^2\tan(y) + y^3\sec(x) = 7x$
    d) $f(x) = [\arccos(3x-4)]^4$

19. Calcular la ecuación de la recta tangente de la función

$$f(x) = \sqrt{2x-1} \text{ en el punto } x = 5$$

20. Hallar los valores extremos de la función $y = 2 + \sqrt{x+3}$.

21. Obtener las siguientes derivadas:

    a) $x^4y^5 + 4x = 5y^2 + 16$

    b) $y = \sec(\sqrt{5x-4})$

22. Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los valores extremos de la función $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2-1}$.

23. Resolver y demostrar las derivadas ordinarias indicadas:

$$f(x) = \sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}}, \qquad f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1+2x}\sqrt{(1-2x)^3}},$$

$$y = x^{\sin(2x)}, \qquad y' = x^{\sin(2x)}\left(\frac{\sin(2x)}{x} + 2\cos(2x)\ln|x|\right).$$

24. Mediante derivación implícita, determinar $\frac{dy}{dx}$ de la siguiente expresión y demostrar el resultado:

$$x^2y - xy^2 + x^2 + y^2 = 0, \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{y^2-2x-2xy}{x^2+2y-2xy}.$$

25. Determinar la razón de cambio del área de un círculo respecto al radio cuando $r = 3$, usando la definición como límite.

26. Calcular la derivada de la función:

$$f(x) = \log_2\left(\frac{e^{2x^2}}{2\sqrt{x+1}}\right).$$

27. Calcular la derivada de la función:

$$y = \frac{1-\cosh x}{1+\cosh x}.$$

28. Hallar una fórmula para la derivada n-ésima de la función:

$$y = \frac{x}{1-x}.$$

29. Determinar la razón de cambio del volumen de una pelota respecto del radio cuando $r = 2$, usando la definición como límite.

30. Calcular la derivada de la función:

$$y = \log_3\left(\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\ln 3}\right).$$

31. Calcular la derivada de la función:

$$y = \sinh(\log(e^x))^{\operatorname{csch} x}.$$

32. Hallar una fórmula para la derivada n-ésima de la función:

$$y = \ln(x - 1).$$

33. Encontrar las ecuaciones de las dos rectas que pasan por el punto $(2, -3)$ y son tangentes a la parábola:

$$y = x^2 + x.$$

34. Sea $f(x) = \sqrt[3]{x}$. Determinar $f'(a)$ si $a \neq 0$ y demostrar que $f'(0)$ no existe.

35. Calcular la derivada de la función:

$$f(x) = \frac{\cos x - 1}{\cos x + 1}.$$

36. Calcular la derivada de la función:

$$y = (\sinh x)^{\operatorname{csch} x}.$$

37. Hallar y' suponiendo que:

$$x^2 \tanh y = \ln y.$$

38. Determinar los coeficientes A, B y C de tal modo que la curva

$$f(x) = Ax^2 + Bx + C$$

pase por el punto $(1, 3)$ y sea tangente a la recta $4x + y = 8$ en el punto $(2, 0)$.

39. Sea

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & x \leq 1, \\ x^2 - 2x + 2, & x > 1. \end{cases}$$

Determinar si $f(x)$ es derivable en $x = 1$, y graficar las funciones $f(x)$ y $f'(x)$.

40. Calcular la derivada de la función:

$$f(x) = \frac{\sin^2 x \tan^4 x}{(x^2 + 1)^2}.$$

41. Calcular la derivada de la función:

$$y = \ln(x^2 + 4) - x \arctan\left(\frac{x}{2}\right).$$

42. Determinar y' si:

$$x \ln y - \ln x = 1.$$

43. Demostrar que cualquier función de la forma

$$y = A\sinh(mx) + B\cosh(mx)$$

satisface la ecuación diferencial $y'' = m^2 y$.

44. Utilizar la definición de la derivada y obtener la ecuación de la recta normal a la curva

$$y = \frac{8x}{x^2 + 3}$$

en el punto $(3, 2)$.

45. Resolver usando técnicas de derivada y hallar y' de:

$$\sqrt[x]{x^y y^x} = e^{x+y}, \qquad y = x^{\sqrt{y}} \ln\left(\arcsin\sqrt{1 - y^2}\right).$$

46. Una persona de $6\,\mathrm{ft}$ de estatura camina hacia un edificio a una tasa de $4\,\mathrm{ft/s}$. Si hay una lámpara en el piso a $40\,\mathrm{ft}$ del edificio, determinar qué tan rápido disminuye la sombra de la persona proyectada en el edificio cuando la persona está a $30\,\mathrm{ft}$ del edificio.

47. Encontrar todos los puntos de la curva

$$x^2 y^2 + xy = 2$$

donde la recta tangente es horizontal.

48. Determinar de forma analítica toda la información de

$$f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 1}{x^2 + 1}$$

que incorpore dominio, simetría, $f^{-1}(x)$, puntos de intersección en los ejes, asíntotas, números críticos, puntos de inflexión y sus propiedades crecientes y decrecientes, si existen. Confirmar toda la información en una tabla con sus conclusiones, si es necesario, y bosquejar la función en una gráfica.

49. Determine de manera analítica para que valores de x la función

$$f(x) = x|x|$$

es derivable.

50. Encuentre la ecuación de la recta tangente con el punto indicado para la siguiente función:

$$(x^2 + y^2)^2 = 4x^2 y^2$$

en $(1, 1)$.

51. Encuentre las derivadas de las siguientes expresiones

a)
$$y = |\operatorname{sen} x|$$

b)
$$y = x^4 \operatorname{sen}(\tan x)$$

c)
$$y = \frac{\sqrt[3]{x^4 + 6x^2}(8x+3)^5}{(2x^2+7)^{2/3}}$$

52. La energía potencial U entre dos átomos en una molécula diatómica está dada por

$$U(x) = \frac{q_1}{x^{12}} - \frac{q_2}{x^6}$$

donde q_1 y q_2 son constantes positivas y x la distancia entre los átomos. La fuerza entre los átomos se define como
$$F(x) = -U'(x).$$

Demuestre que
$$F\left(\sqrt[6]{\frac{2q_1}{q_2}}\right) = 0$$

53. Grafique las siguientes funciones:

a)
$$f(x) = e^{-|x|}$$

b)
$$f(x) = x^2 e^x$$

54. Derive

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^9 + 9}}.$$

55. Calcule la derivada de

$$y = \operatorname{sen}\sqrt{x} + \sqrt{\operatorname{sen} x}.$$

56. Determine la derivada de

$$y = \ln(\ln x^3).$$

57. Derive y simplifique

$$y = x^2e^x - xe^x + e^x.$$

58. Obtenga la derivada de orden 2024 de

$$y = \frac{1}{x+1}.$$

59. La ecuación de van der Waals para n moles de un gas es:

$$\left(P + \frac{n^2a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

donde P es la presión, V es el volumen y T es la temperatura del gas. La constante R es la constante universal de los gases, y a y b son constantes positivas que son características de un gas particular. Si T permanece constante, utilice derivación implícita para obtener

$$\frac{dV}{dP}.$$

(Simplifique su respuesta).

60. Halle los puntos a la lemniscata:

$$2(x^2 + y^2)^2 = 25(x^2 - y^2)$$

donde la recta tangente sea horizontal.

61. Sea $f(\theta)$ dado por:

$$f(\theta) = 2\cos(\theta) + \cos^2(\theta)$$

para

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

a) Halle los intervalos donde la función crece o decrece.

b) Halle los valores máximos y mínimos locales.

c) Encuentre los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión.

d) Utilice la información de los incisos a) – c) para esbozar la gráfica de f.

62. Sea $S(x)$ dado por:

$$S(x) = x - \operatorname{sen}(x)$$

para

$$0 \leq x \leq 4\pi$$

a) Halle los intervalos donde la función crece o decrece.

b) Halle los valores máximos y mínimos locales.

c) Encuentre los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión.

d) Utilice la información de los incisos a) – c) para esbozar la gráfica de f.

63. Use la definición para calcular $f'(a)$ y encuentre la ecuación de la recta tangente en $a = 3$ para la función

$$f(t) = \sqrt{t^2 + 1}$$

64. Encuentre la derivada de las siguientes funciones, simplificando a su mínima expresión.

a)

$$h(z) = \left(z + (z+1)^{1/2}\right)^{-3/2}$$

b)

$$y = \frac{1}{(1-x)\sqrt{2-x}}$$

65. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva

$$e^{2x-y} = \frac{x^2}{y}$$

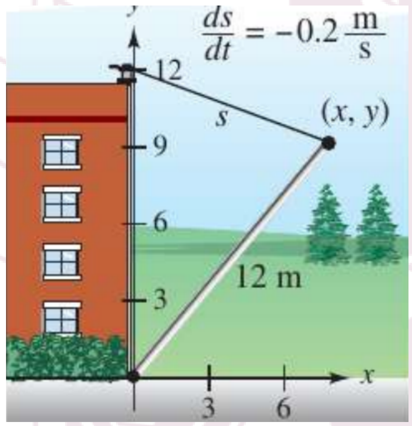
en el punto $(2, 4)$.

66. Encuentre los intervalos en los cuales la función

$$f(x) = \frac{1}{x^4 + 1}$$

es creciente o decreciente, cóncava hacia arriba o cóncava hacia abajo y los máximos o mínimos locales.

67. Un cabrestante situado en lo alto de un edificio de 12 metros levanta un tubo de la misma longitud hasta colocarlo en posición vertical, como se muestra en la figura. El cabrestante recoge la cuerda a razón de $-0{,}2\ m/s$. Calcule las razones de cambio vertical y horizontal del extremo del tubo cuando $y = 6$.



68. Si

$$f(x) = \frac{5x}{1+x^2}$$

usa la definición de derivada para hallar

$$f'(2)$$

y calcula la ecuación de la recta tangente a la función en el punto $(2, 2)$.

69. Usar la definición de derivada para hallar la derivada

$$f'(a)$$

de la función

$$f(x) = x + \sqrt{x}$$

70. Sea

$$f(x) = x^{2/3},$$

a) Demostrar que

$$f'(0)$$

no existe.

b) Si

$$a \neq 0$$

determinar

$$f'(a)$$

71. Determinar la derivada

$$\frac{dy}{dx}$$

de la función definida de manera implícita en la ecuación

$$4xy^2 + x^2y - x^3 = 5xy - 6x$$

72. Hallar una fórmula para la derivada n-ésima de la función

$$y = \ln(1 - x)$$

73. Si la recta tangente a

$$y = f(x)$$

en $(4, 3)$ pasa a través del punto $(0, 2)$, hallar

$$f(4) \quad \text{y} \quad f'(4)$$

74. Para cada una de las funciones

a)
$$f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$$

b)
$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 2$$

c)
$$f(x) = x - 2\operatorname{sen} x \quad \text{en } (0, 3\pi)$$

d)
$$f(x) = x^{2/3}(1 - x)$$

determinar:

a) Los puntos críticos.
b) Los intervalos de monotonía de la función (crecimiento/decrecimiento).
c) Los puntos de inflexión.
d) Los intervalos de concavidad de la función.
e) Los valores máximo y mínimo de la función.
f) Bosquejar la gráfica de la función, de ser necesario determina las asíntotas de la función.

75. Utilizando el método de Newton encontrar al menos una de las raíces de la siguiente función con un épsilon de 10^{-3}: $f(x) = x - \sin(x + 1)$

76. Derivar implícitamente $x^y \mathrm{sh}(x - y^2)\ln(y^3x^3) = 0$.

Unidad 4

1. Sustitución trigonométrica
   a) $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{4-x^2}}$
   b) $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2+1}}$
   c) $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}dx$
2. Por partes
   a) $\int e^x x^2 dx$
   b) $\int x^2 \operatorname{sen} x dx$
3. Fracciones parciales
   a) $\int \frac{9x^2-16x+4}{x(x-1)(x-2)}dx$
   b) $\int \frac{x^2-x+4}{(x-1)^2(x-2)}dx$
   c) $\int \frac{5x^2+20x+6}{x(x+1)^2}dx$
   d) $\int_0^{3/4} \frac{\sin(\sqrt{1-x})}{\sqrt{1-x}}dx$
   e) $\int t \arctan(t) dt$
   f) $\int \frac{dx}{\sqrt{16+6x-x^2}}$
   g) $\int \frac{2x+21}{2x^2+9x-5}dx$
4. Resuelve las integrales siguientes, según el método más conveniente:
   a) $\int_0^1 \frac{\sqrt{16-e^{2x}}}{e^x}dx$
   b) $\int \frac{\operatorname{sen}\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$
   c) $\int \frac{ax}{x^4+b^4}dx$
   d) $\int \sqrt{10-4x+4x^2}dx$
   e) $\int \frac{\cos^5(t)}{\sqrt[3]{\operatorname{sen}(t)}}dt$
   f) $\int \frac{dx}{x^3\sqrt{x^2-9}}$
   g) $\int \operatorname{sen}^4(ax)dx$
   h) $\int x^2 \operatorname{arcsen}(x)dx$
   i) $\int_0^5 \frac{(x^2-3)}{(x+2)(x+1)^2}dx$
5. Hallar la integral
   a) $\int \frac{x^2+1}{x(x^2-2)}dx$
   b) $\int e^x \operatorname{sen}(x)dx$
6. Hallar la integral, dibujar el triángulo rectángulo.
$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}$$
7. Hallar la integral.
$$\int \frac{1}{2x^2+3x+4}dx$$

8. Hallar la integral.

$$\int \cot^3(x)dx$$

9. Hallar el área de la región acotada por las funciones $f(x) = x^2+1$ y $g(x) = \sqrt{x}+1$. Graficar las funciones y resaltar la región a calcular.

10. Hallar las integrales:

 a) $\int xe^{5x}dx$
 b) $\int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}}dx$
 c) $\int \frac{2x+10}{x^2-x-6}dx$

11. Analizar y resolver las integrales planteadas, ya sea por fórmula directa o por algún método de integración según corresponda:

$$\int \frac{3}{x^2+2x}\,dx, \qquad \int \frac{\cos x}{x-2}\,dx, \qquad \int \frac{dx}{x^2\sqrt{9-x^2}}.$$

12. Calcular el valor de las integrales:

 a) $$\int \frac{1}{\operatorname{sech} x(1+\sinh^2 x)}\,dx.$$
 b) $$\int \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}\,dx.$$
 c) $$\int \frac{-2x+4}{(x-1)^2(x^2+1)}\,dx.$$
 d) $$\int \frac{1}{\operatorname{csch} x(1+\cosh^2 x)}\,dx.$$
 e) $$\int \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}\,dx.$$
 f) $$\int \frac{-x+1}{(x-1)^2(x^2+2)}\,dx.$$
 g) $$\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)}\,dx.$$
 h) $$\int \frac{10x+5}{(x+1)^2(x^2+4)}\,dx.$$
 i) $$\int \frac{4}{\sqrt{x}(6+x)}\,dx.$$
 j) $$\int \frac{\cos x}{\sqrt{2-\cos^2 x}}\,dx.$$
 k) $$\int \frac{2x+1}{(x+1)^2(x^2+1)}\,dx.$$

13. Usando un método adecuado, calcular las integrales indefinidas:

$$\int \tan^6(3x)\,dx, \qquad \int x(1+x)^{\frac{2}{3}}\,dx, \qquad \int \frac{\cos x}{\sin x+\sin^3 x}\,dx.$$

14. Demostrar que:

$$\int \frac{1}{1+\cos x}\,dx = \tan\left(\frac{x}{2}\right) + C.$$

15. Resolver la integral definida, según el método más conveniente:

$$\int_0^{16} \sqrt{4-\sqrt{x}}\,dx.$$

16. Resuelva las siguientes integrales.

a) $$\int \frac{x^{1/3}}{x^{2/3}+2}\,dx$$

b) $$\int \sqrt{1-\sqrt{x}}\,dx$$

c) $$\int \frac{4x+3}{x^2-2x+3}\,dx$$

d) $$\int \frac{e^{-x}}{(e^{-2x}+1)^{3/2}}\,dx$$

e) $$\int x\sec^2(2x)\,dx$$

17. Calculen:

a) $$\int \frac{x^5}{(16-x^6)^3}\,dx.$$

b) $$\int \frac{x-3}{x^2-6x+5}\,dx.$$

c) $$\int e^{\operatorname{sen}\pi x}\cos\pi x\,dx.$$

d) $$\int_{\sqrt{5}}^{2} \frac{5}{25+x^2}\,dx.$$

e) $$\int x^3\cos 2x\,dx.$$

f) $$\int \frac{-4x+7+x^2}{(x-2)^2(x+1)}\,dx.$$

18. Demuestre la fórmula de reducción:

$$\int \cos^n(x)\,dx = \frac{1}{n}\cos^{(n-1)}(x)\operatorname{sen}(x) + \frac{n-1}{n}\int \cos^{(n-2)}(x)\,dx$$

utilice este hecho para evaluar

$$\int \cos^2(x)\,dx \quad \text{y} \quad \int \cos^4(x)\,dx$$

19. Demuestre que:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln\left(x+\sqrt{x^2\pm a^2}\right) + C$$

20. Haga una sustitución para expresar el integrando como una función racional y después evalúe las siguientes integrales.

$$\int \frac{\sqrt{x+1}}{x}\,dx$$

21. Demuestre que:

$$\int x^n e^x\,dx = x^n e^x - n\int x^{(n-1)} e^x\,dx$$

22. Demuestre que:

$$\int \sqrt{x^2-a^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2-a^2} + \frac{a^2}{2}\operatorname{arc\,sen}\left(\frac{x}{a}\right) + C$$

23. Haga una sustitución para expresar el integrando como una función racional y después evalúe las siguientes integrales.

$$\int \frac{x^3}{\sqrt[3]{x^2+1}}\,dx$$

24. Integración por sustitución.

a) $$\int x\,\mathrm{sen}^3(x^2)\cos(x^2)\,dx$$

b) $$\int ax\sqrt{1+bx}\,dx$$

25. Integración por partes.

a) $$\int x^2(x+1)^9\,dx$$

b) $$\int \ln(1+x^2)\,dx$$

26. Integración por sustitución trigonométrica.

a) $$\int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}}\,dx$$

b) $$\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+13}}\,dx$$

27. Integración por fracciones parciales

a)
$$\int \frac{x^2}{(x-1)^2(x+1)}\,dx$$

b)
$$\int \frac{x^3+x^2+x+3}{(x^2+1)(x^2+3)}\,dx$$

28. Resolver la integral usando las reglas de integración y los métodos de integración.

a)
$$\int \sqrt{\operatorname{sen} x}\cos^3 x\,dx$$

b)
$$\int \frac{1}{\sqrt{x+4}}\,dx$$

c)
$$\int x^3 \ln x\,dx$$

d)
$$\int \frac{1}{x\sqrt{x+1}}\,dx$$

e)
$$\int \cot^3 x \csc^4 x\,dx$$

f)
$$\int \frac{3x^3-18x^2+29x-4}{(x+1)(x-2)^3}\,dx$$

g)
$$\int \frac{2x^3+5x^2+8x+4}{(x^2+2x+2)^2}\,dx$$

h)
$$\int \sqrt{4-\sqrt{x}}\,dx$$

i)
$$\int \frac{1}{\sqrt{-x^2+4x-3}}\,dx$$

j)
$$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt[3]{1+e^x}}\,dx$$

k)
$$\int \frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+2x}}\,dx$$

l)
$$\int \frac{1}{2\sqrt{3-x}\sqrt{x+1}}\,dx$$

m)
$$\int \frac{\operatorname{sen} x}{\sqrt{2-\operatorname{sen}^2 x}}\,dx$$