



ECUACIONES DIFERENCIALES

Unidad 1

1. Indique la clasificación correcta de las siguientes ecuaciones diferenciales:

a) $y'' + xy y' = \sin(x)$

b) $c^2 \frac{\partial^5 x}{\partial t^5} + \frac{\partial^2 y}{\partial r^2} = \text{cte}$

2. Comprobar si la siguiente ecuación es solución de la EDO dada.

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + e^x(x^2 - x); \frac{d^2 y}{dx^2} - y = 4x e^x$$

3. Encontrar una Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO) cuyas soluciones sean todas las curvas de la familia de dos parámetros A y B dada por $y = A \cos(x) + B \sin(x)$.

4. Clasificar las ecuaciones diferenciales siguientes en Tipo, Orden, Grado y Linealidad:

a) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

b) $\left(\cot(x) + \frac{x}{y} + 2xy \right) dx + (x^2 + \ln(x)) dy = 0$

c) $(y')^3 - \frac{x}{x^2 + 1} y = \frac{x}{y}$

d) $2y'' - 4y' + 6y = \cos(x)$

e) $\frac{dy}{dx} = \sin(x + y) + \cos(x - y)$

5. Verificar que las funciones dadas son soluciones de las ecuaciones diferenciales indicadas:

a) $y = x \int_0^x \frac{\sin(u)}{u} du$, para $xy' = y + x \sin(x)$

b) $y = \ln(C + e^x)$, para $y' = e^{x-y}$



6. Demostrar que las funciones dadas son soluciones de las ecuaciones indicadas:

a) $y = c_1 + c_2 \int_1^x \frac{e^s}{s} ds$, para $xy'' + (1-x)y' = 0$

b) $y = c_1 \sin(x) + c_2 \cos(x)$, para $y'' + y = 0$

7. Clasifique las siguientes ecuaciones diferenciales de acuerdo con su tipo, orden, grado y linealidad.

a) $(1-x)y'' - 4xy' + 5y = \cos x$

b) $\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{du}{dr} + u = \cos(r+u)$

c) $(\sin \theta)y''' - (\cos \theta)y' = 2$

d) $\ddot{x} - \left(1 - \frac{\dot{x}^2}{3}\right)\dot{x} + x = 0$

8. Compruebe que la función indicada es una solución explícita de la ecuación diferencial, suponga un intervalo apropiado I de definición.

$$y'' - 6y' + 13y = 0; \quad y = e^{3x} \cos 2x$$

9. Demuestra que la función dada es solución de la ecuación diferencial que se indica.

Función: $y = \sin \sqrt{x}$; Ecuación diferencial: $2\sqrt{x} \frac{dy}{dx} = \sqrt{1-y^2}$

10. Clasifica las siguientes ecuaciones diferenciales de acuerdo con su tipo, su orden, su grado e identifica si son lineales o no.

ECUACIÓN DIFERENCIAL	TIPO	ORDEN	GRADO	LINEAL
$x^2y''' + xy'' + y' = 0$				
$x^4y''' - x^3(y')^2 + 3y = 0$				
$y' + 2xy = \frac{1}{y}$				
$(y')^3 - y''' + y'' - y^4 = 0$				
$\frac{\partial^3 v}{\partial t^3} = kv \left(\frac{\partial^2 m}{\partial n^2}\right)^2$				



11. Muestre que las siguientes funciones son solución de la misma ecuación diferencial.

$$C_1 y = \sinh x + \cosh x, \quad y = C_2 e^x$$

12. Demuestra que la función dada es solución de la ecuación diferencial que se indica.

$$\text{Función: } y = \sqrt{x - \ln(x+1)} \quad ; \quad \text{Ecuación Diferencial: } 2y(x+1) \frac{dy}{dx} = x$$

13. Resuelve la siguiente ecuación diferencial por el método de separación de variables

$$(1+y^2) (e^{2x} dx - e^y dy) - (1+y) dy = 0$$

$$\text{Sol. Gral.: } \frac{1}{2} e^{2x} - e^y - \ln \sqrt{1+y^2} - \arctan(y) = C$$

14. Utilizando el método de ecuaciones diferenciales homogéneas resuelve la siguiente ecuación diferencial

$$x y' = y + 2\sqrt{xy} \quad ; \quad \text{sujeta a: } y(1) = 4$$

$$\text{Sol. Part.: } y = x \ln^2 x + 4x \ln x + 4x$$

15. Demuestra que la ecuación diferencial dada es exacta y resuélvela

$$\left(x \cos y - \cos x + \frac{1}{y} \right) dy + \left(\text{sen } y + y \text{sen } x + \frac{1}{x} \right) dx = 0 \quad \text{Sol. Gral.: } x \text{sen } y - y \cos x + \ln(xy) = C$$

16. Use el cambio de variable $y = ux$ para volver separable la ED y resolverla

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}$$

17. Resuelva la ecuación diferencial

$$\frac{dP}{dt} - P = -P^2$$

18. Resuelva

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = f(x), \quad \text{con } f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & x \geq 1 \end{cases}$$

Use el valor inicial $y(0) = 2$ y el punto de intersección de las curvas para determinar todas las constantes.



19. Resuelva la ecuación diferencial

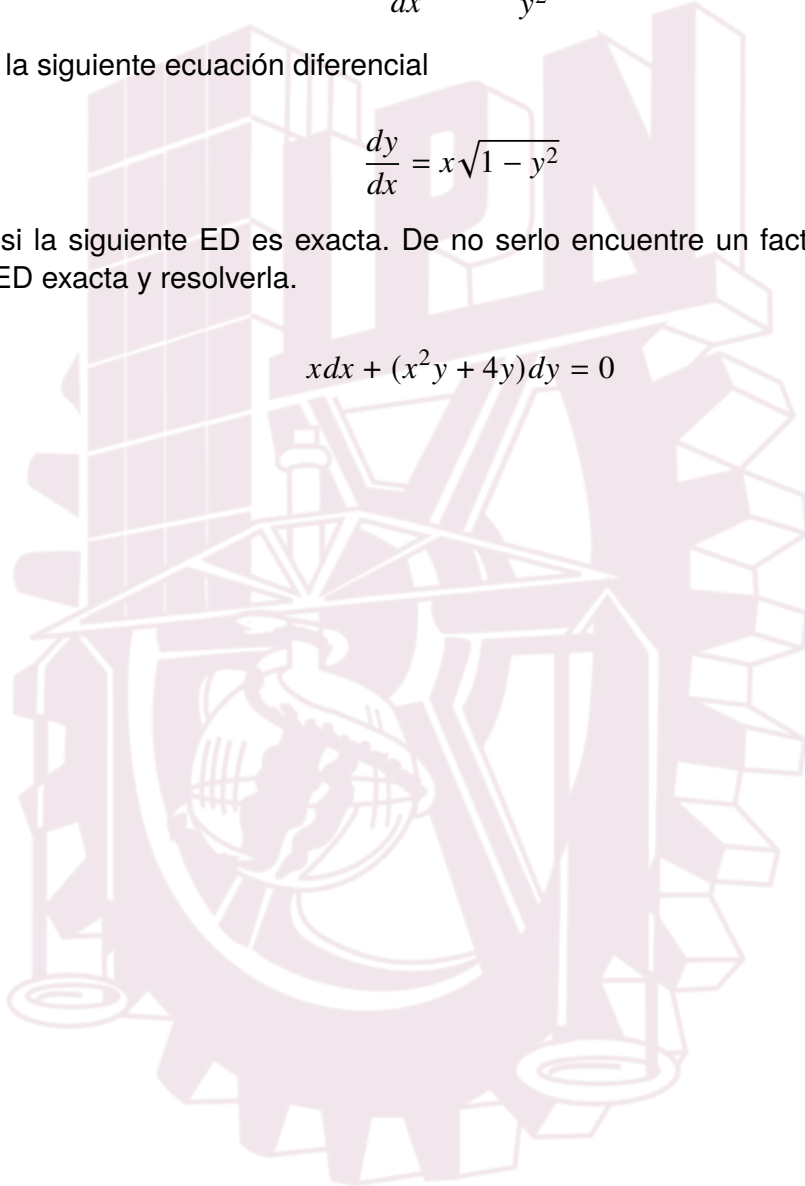
$$x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{y^2}$$

20. Resuelva la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = x\sqrt{1-y^2}$$

21. Verifique si la siguiente ED es exacta. De no serlo encuentre un factor integrante para volver la ED exacta y resolverla.

$$x dx + (x^2 y + 4y) dy = 0$$





Unidad 2

1. Identifica las siguientes ecuaciones diferenciales y resuélvelas.

a) $(1 - x^3)\frac{dy}{dx} - 2(1 + x)y = y^{\frac{5}{2}}$

b) $\frac{dy}{dx} = \left(2 + \frac{y}{x}\right)^2$

c) $y' = \frac{3x-y-9}{x+y+1}$

d) $(2x^2 - 9xy)dx + (3xy - 6x^2)dy = 0$

2. Analice la siguiente ecuación diferencial y vea que cambio de variable puede ser apropiado para resolverla. Desde luego resuélvala.

$$2xy\frac{dy}{dx} + 2y^2 = 3x - 6$$

3. Resolver

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy + 2y - x - 2}{xy - 3y + x - 3}$$

4. La pendiente de una familia de curvas en cualquier punto (x, y) está dada por

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$$

Encuentre al miembro de la familia que pasa por $(2, 1)$.

5. Resuelva el problema 2 usando otro método de solución.

6. Una fuente de voltaje dada por $E(t) = 20 \cos 5t$ volts, se conecta en serie con una resistencia $R = 10$ ohms y un inductor $L = 2$ henrios. Si $i(0) = 0$, calcule $i(t)$, $\forall t \geq 0$.

Nota: Recuerde que la ecuación diferencial que modela a un circuito eléctrico RL en serie, está dada por:

$$\frac{di}{dt} + \left(\frac{R}{L}\right)i = \frac{E(t)}{L}$$

7. Resolver: $xy^2(xy' + y) = a^2$

8. Resolver: $\left(\frac{\sin(2x)}{y} + x\right)dx + \left(y - \frac{\sin^2(x)}{y^2}\right)dy = 0$

9. Resolver: $(3x^2 - 2x - y)dx + (2y - x + 3y^2)dy = 0$



10. Resolver la siguiente ecuación diferencial por el método de los coeficientes indeterminados

$$y'' - 8y' + 16y = 8\text{sen}(2x) + 3e^{4x}$$

11. Resuelva la siguiente ecuación diferencial.

$$y'' + 4y = \tan(2x)$$

12. La policía descubre el cuerpo de un profesor de ecuaciones diferenciales. Para resolver el crimen es decisivo determinar cuándo se cometió el homicidio. La policía forense llega al medio día y observa que la temperatura del cuerpo es de 94.6 grados Fahrenheit, después de una hora advierte que ésta ha disminuido a 93.4 grados Fahrenheit y asimismo, observa que la temperatura de la habitación es constante a 70 Fahrenheit. Suponiendo que la víctima tenía una temperatura normal hasta el momento de su fallecimiento, determinar la hora del crimen.

13. Resolver las siguientes ED's.

a) $y' = \tan^2(x + y)$

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x + e^{2y} \sin x}{3e^y + e^y \cos 2x}$

14. Resolver la siguiente ED homogénea.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x \sec(y/x) + y}{x}$$

15. Compruebe si la siguiente ED es exacta y resuelva (si no es exacta, también resuelva).

$$e^x dx + (e^x \cot y + 2y \csc y) dy = 0$$

16. Resuelva la ED lineal de valor inicial indicado.

$$\sin x \frac{dy}{dx} + y \cos x = x \sin x$$

Si $x = 1, y = 0$

17. Resolver:

$$16 \frac{d^4 y}{dx^4} + 24 \frac{d^2 y}{dx^2} + 9y = 0$$

18. $y' + y = xy^3$

19. $xy(1 + xy^2)y' = 1, \quad y(1) = 0$

20. $\frac{dy}{dx} = e^{2x} + (1 + 2e^x)y + y^2, \quad \varphi(x) = -e^x$



21. Muestre que la expresión dada determina las soluciones generales o las integrales generales de la ecuación diferencial.

$$y = x \left(\int_0^x \frac{1}{x} e^x dx + c \right), \quad xy' - y = xe^x$$

22. Escribese la ecuación a la cual satisfacen todos los puntos del extremo de las curvas integrales de la ecuación diferencial $y' = f(x, y)$. ¿Cómo diferenciar los puntos del máximo de los puntos del mínimo?

23. Escribese la ecuación a la cual satisfacen todos los puntos de inflexión de las curvas integrales de la ecuación diferencial $y' = f(x, y)$, en particular de las ecuaciones diferenciales:
a) $y' = y + x^3$ b) $y' = e^y - x$

24. Fórmense las ecuaciones diferenciales de las familias de curvas siguiente: a) De las parábolas

$$y = x^2 + 2ax$$

25. Fórmense la ecuación diferencial de la familia de curvas para las cuales el área comprendida entre los ejes de coordenadas, de esta curva y ordenada variable, es proporcional a la cuarta potencia de esta ordenada.

26. Aplicando el método de isoclinas constrúyase aproximadamente la familia de las curvas integrales de la ecuación diferencial siguiente:

$$y' = -\frac{y}{x}$$

27. Resuélvase las ecuaciones diferenciales:

a) $y' = -\frac{x \operatorname{sen} x}{y \cos y}$

b) $y' = (4x + y + 1)^2$

28. Determine una solución de la ecuación diferencial en los puntos que se indican

$$\frac{dy}{dx} - y^2 = -9$$

a) (0, 0)

b) (0, 3)

c) $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$

29. Una fuente de voltaje decayente $E(t) = 200e^{-5t}V$, se conecta en serie con una resistencia de $R = 20\Omega$ y un condensador de $C = 0,01f$. Asumiendo que $Q(0) = 0$, encuentre la carga y la corriente en cualquier tiempo t . Calcule la carga máxima.

NOTA: Recuerde que de acuerdo con la segunda ley de Kirchhoff, la carga Q en el capacitor de un circuito en serie RC viene dada por:

$$\frac{dQ}{dt} + \left(\frac{1}{RC}\right)Q = \frac{E(t)}{R}$$



30. Identifica la siguiente ecuación diferencial y resuélvela:

$$(1 + x^2 + y^2 + x^2y^2)dy = y^2dx$$

31. Identifica la siguiente ecuación diferencial y resuélvela:

$$y' = \frac{-(x + y - 2)}{x - y + 4}$$

32. Identifica la siguiente ecuación diferencial y resuélvela:

$$3(1 + x^2)y' = 2xy(y^3 - 1)$$

33. Demuestra que toda ecuación no exacta de la forma $aydx + bxdy = 0$ puede reducirse a exacta usando el siguiente factor integrante $\mu(x, y) = x^{a-1}y^{b-1}$. Dé la solución de dicha ecuación.

34. Una resistencia de 20 Ohms se conecta en serie con un condensador de 0,01 faradios y una fem en voltios dada por $40e^{-3t} + 20e^{-6t}$. Si $q = 0$ en $t = 0$, muestre que la caída máxima de carga en el condensador es de 0,25 Coulombs.

35. La población de cierta ciudad aumenta proporcionalmente al número de habitantes que hay en un momento dado en ella. Si después de 5 años la población se ha triplicado y después de 8 años la población es de 45000 habitantes, hallar el número de habitantes que había inicialmente en la ciudad.

36. Identifica la siguiente ecuación diferencial y resuélvela:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = xy^2$$

37. Identifica la siguiente ecuación diferencial y resuélvela:

$$(x + y)dx + x \ln x dy = 0$$

38. Identifica la siguiente ecuación diferencial y resuélvela:

$$(2\sqrt{xy} - y)dx - xdy = 0$$

39. Un cuerpo que tiene una temperatura de 70°F es depositado (en el tiempo $t = 0$) en un lugar donde la temperatura se mantiene a 40°F . Después de 3 min, la temperatura del cuerpo ha disminuido a 60°F .

a) ¿Cuál es la temperatura del cuerpo después de 5 min?

b) ¿Cuánto tiempo pasará para que el cuerpo tenga 50°F ?

40. Un circuito L-R tiene una fem de 12 (volts) conectada en serie a una resistencia de 10 ohmios y una inductancia de $\frac{1}{2}$ H (henrys). Hallar la corriente en el circuito en cualquier instante de tiempo t , si la intensidad de la corriente inicial es cero.



41. Obtenga la solución de la siguiente ecuación diferencial, $\frac{(1+x)}{\sin(3y)} dx + (1 + \sqrt{x}) \cos(3y) dy = 0$.
42. Resuelva la siguiente ecuación diferencial, $\left(\csc(x) + \frac{x \csc(x)}{y^2} \right) \frac{dy}{dx} = \cot(x) + \frac{\csc(x)}{y}$.
43. Se dice que la siguiente ecuación se puede volver lineal con un cambio de variable apropiado, encuéntrelo y resuélvala. $\sin(y) \frac{dy}{dx} = \cos(y) [1 - x \cos(y)]$.
44. Se dice que la siguiente ecuación diferencial se resuelve con un cambio de variable apropiado, $\frac{dy}{dx} = \frac{2x+3y-7}{3x+2y-3}$. Use este comentario para determinar su solución.
45. Resuelva la siguiente ecuación diferencial reducible a EDO de grado homogéneo: $(x + y)dx + (x + y - 4)dy = 0$
46. Resolver mediante un factor integrante: $3ydx + 4xdy = 0$
47. Resolver la siguiente ecuación diferencial por separación de variables:

$$y' = \sin(y - x)$$

48. Verificar si las ecuaciones diferenciales siguientes son homogéneas y, en caso afirmativo, resolverlas:
- a) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{y}{x} + \frac{x}{y}}$
- b) $x \cos(x) + y - (4y + x)y' = 0$

49. Determinar la función $q(x, y)$ que haga de la siguiente ecuación una ecuación diferencial exacta:

$$q(x, y)dy + (3y \cos(x) + \cos(x) - x \sin(x))dx = 0$$

50. Hallar la solución general de la siguiente ecuación diferencial lineal en un intervalo válido:

$$y' = \frac{1}{x \sin(y) + 2 \sin(2y)}$$

51. Determinar una función continua que sea solución del PVI:

$$\frac{dy}{dx} + y = f(x), \quad y(0) = 1, \quad f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 4 \\ -1, & 4 \leq x \end{cases}$$

52. Verificar que la función $y = ce^{-\int p(x)dx} + e^{-\int p(x)dx} \int f(x)e^{\int p(x)dx} dx$ satisface la ecuación diferencial lineal de primer orden:

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = f(x)$$

53. Determinar si la siguiente ecuación es exacta. En caso afirmativo, hallar la solución:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{ax + by}{bx + cy}$$



54. Sea $y = y_1(x)$ una solución de $y' + p(x)y = 0$ y sea $y = y_2(x)$ una solución de $y' + p(x)y = g(x)$. Demuestre que $y = y_1(x) + y_2(x)$ también es solución de:

$$y' + p(x)y = g(x)$$

55. Resuelva la ecuación diferencial por medio de separación de variables.

$$\sqrt{1-y^2} dx - \sqrt{1-x^2} dy = 0, \quad y(0) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

56. Encuentre la solución general de la ecuación diferencial que se proporciona. Dé el intervalo más grande I en el que se define la solución general.

$$\cos^2 x \operatorname{sen} x \frac{dy}{dx} + (\cos^3 x)y = 1$$

57. Determine si la ecuación diferencial que se proporciona es exacta. En caso afirmativo resuélvala.

$$(2y \operatorname{sen} x \cos x - y + 2y^2 e^{xy^2}) dx = (x - \operatorname{sen}^2 x - 4xy e^{xy^2}) dy$$

58. Determine si la ecuación diferencial que se proporciona por medio de una sustitución adecuada.

$$y dx + x(\ln x - \ln y - 1) dy = 0, \quad y(1) = e$$

59. Resuelva la siguiente ecuación diferencial por el método de separación de variables.

$$(e^y + 1)^2 e^{-y} dx + (e^x + 1)^3 e^{-x} dy = 0$$

60. Demuestra que la ecuación diferencial dada es exacta y resuélvala.

$$x \frac{dy}{dx} = 2xe^x - y + 6x^2$$

$$\text{Sol. Gral.: } y = 2e^x - 2x^{-1}e^x + 2x^2 + cx^{-1}$$

61. Aplicando el procedimiento de las ecuaciones diferenciales lineales o la ecuación de Bernoulli, según corresponda, determina el valor de la función y para la ecuación diferencial que se te indica.

Posibles resultados:

$$y = -4x^2 + 4x^3; \quad y = 4x^2 - 4x^3; \quad y = -2x^2 + 2x^3; \quad y = 2x\sqrt{x-1}; \quad y = 4x\sqrt{x-1}$$

$$2xyy' - 4x^2 = 3y^2; \quad y(2) = 4$$



62. Resolver

$$\frac{dy}{dx} = \cos(x - y)$$

63. Determine la solución particular a la siguiente ecuación diferencial.

$$2xy \, dy = (x^2 + 3y^2) \, dx, \quad y(1) = 2$$

64. Obtenga la solución general de la siguiente ecuación planteada.

$$(1 - x^2y) \, dx + x^2(y - x) \, dy = 0$$

65. La siguiente ecuación diferencial admite un cambio apropiado para volverse homogénea. Use este *hint* para resolverla.

$$(y - x^5)y' = 5yx^4$$

66. Determine la solución particular a la siguiente ecuación diferencial.

$$(z^2 + t^2) \, dz + (z^2 - zt) \, dt = 0, \quad z(2) = 1$$

67. Obtenga la solución general de la siguiente ecuación planteada.

$$\left(\frac{2y}{x} - 1\right) \, dy + \left(4 - \frac{y}{x}\right) \, dx = 0$$

68. La siguiente ecuación diferencial admite un cambio de variable para separarla. Use este *hint* para resolverla.

$$2y \frac{dy}{dx} = (y^2 + x)^2 + 3$$

69. Determine la solución de la siguiente ecuación diferencial propuesta.

$$(3x + 1)y + x \frac{dy}{dx} = e^{-3x}$$

70. Determine la solución de la siguiente ecuación diferencial propuesta.

$$2 \frac{dx}{dy} - \frac{x}{y} + x^3 \cos y = 0$$

71. Halle la solución de la siguiente ecuación diferencial no lineal.

$$(y')^2 - x^2 = 0$$



72. Aplicando el procedimiento de las Ecuaciones Diferenciales Lineales o la Ecuación de Bernoulli (según corresponda), determina el valor de la función: "y", que es solución particular de la ecuación diferencial que se te indica.

$$2xyy' - 4x^7 \cos(3x) = 3y^2 \quad ; \quad \text{sujeta a: } y\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{\frac{8\pi^3}{729}}$$

73. Resuelve la siguiente ecuación diferencial de tercer orden con condiciones iniciales y escribe la solución particular correspondiente.

$$y''' - 7y'' + 31y' - 25y = 0 \quad ; \quad \text{sujeta a: } y(0) = 3 \quad ; \quad y'(0) = 1 \quad ; \quad y''(0) = 1$$

74. Use el método de reducción de orden para resolver la ecuación diferencial

$$x^2y'' - 7xy' + 16y = 0$$

en donde una solución es $y_1 = x^4$.

75. Usando coeficientes indeterminados resuelva la ecuación diferencial

$$y'' + y = 2x \sin(x).$$

76. Demuestre que el siguiente conjunto de funciones son L.I

$$\{x^\alpha \cos(\beta \ln(x)), x^\alpha \sin(\beta \ln(x))\}.$$

77. Usando variación de parámetros resuelva la siguiente ED

$$y''' + y' = \tan(x).$$



Unidad 3

1. Usando el método de los Coeficientes Indeterminados, resolver

$$y'' + 2y' = 2x + 5 - e^{-2x}$$

2. Resuelva

$$y'' + 3y' + 2y = \text{Sen}(e^x)$$

3. Resuelva

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = F_0 \text{Sen } \omega t; \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$$

Donde F_0 y ω son constantes.

4. Resolver la siguiente ecuación diferencial sujeta a las condiciones indicadas.

$$y'' = y'e^y$$

5. Considere un circuito RLC, con resistencia $R = 120$ ohms, capacitancia $C = 10^{-3}$ faradios e inductancia $L = 10$ henrys, impulsado por el potencial $V(t) = 17 \text{ sen}(2t)$ volts. Supóngase que al tiempo $t = 0$ la corriente es cero y la carga en el capacitor es $\frac{1}{2000}$ Coulomb

Determinar la carga $q(t)$ en el capacitor para $t > 0$. Determine la corriente para $t > 0$.

6. Resolver la siguiente ED;

$$y''' + 4y' = \sec 2x$$

7. En un cto. RLC se tiene una fuente de voltaje decayente $E(t) = 20 \cos 3t$ Volts, se conecta en serie con una resistencia $R = 3,2\Omega$, un capacitor de $C = 0,1Fds$ y un inductor $L = 0,4$ Hy. Asumiendo que; $Q(0) = 5,0$ C, y fluye una corriente de $I_0 = 12,0$ A. Encuentre la carga $Q(t)$ y la corriente $I(t)$ para cualquier tiempo t .



8. Resolver por variación de parámetros para encontrar la solución general de cada ecuación diferencial.

a) $y'' - y = e^{2x} \sin(2x)$

b) $x^2 y'' - xy' = 4x^3 e^x$

c) $y'' + y = -8x \cos(x)$

d) $x^2 y'' - 2xy' = 6x^3 e^x$

e) $y''' - y'' - 4y' + 4y = e^{-t}$, $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$

f) $y^{IV} - y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -1$, $y''(0) = 4$, $y'''(0) = -2$

g) $y'' + 9y = 2 \cos(3t)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

9. Resuélvase la ecuación diferencial aplicando método de reducción de orden

$$x^2 y y'' = (y - xy')^2$$

10. Dada la ecuación diferencial no homogénea lineal

$$xy''' - y'' + xy' - y = 2x^3$$

Sabiendo que la función x^3 es su solución particular. Hallar la solución general de esta ecuación.

11. Hállese la curva integral de la ecuación diferencial

$$y'' - y = 0$$

que es tangente a la recta $y = x$ en el punto $O(0, 0)$.

12. Hállese las soluciones particulares de la ecuación que satisface las condiciones iniciales:

$$y'' - 2y' + 2y = 4e^x \cos x;$$

$$y(\pi) = \pi e^\pi, \quad y'(\pi) = e^\pi$$

Hállense las soluciones generales de las ecuaciones:

a) $x^2 y'' - 6y = 12 \ln x$

b) $(2x + 1)^2 y'' - 2(2x + 1)y' + 4y = 0$



13. Un inductor de $L = 0,5$ h es conectado en serie con una resistencia de $R = 6,0$ ohms, un condensador de $C = 0,02$ f y una fuente de voltaje alterno, dada por $E(t) = 24\text{sen } 10t, \forall t \geq 0$. Si $q(0) = 0$ e $i(0) = 0$, hallar $q = q(t)$ e $i = i(t)$, para un tiempo suficientemente largo, es decir (para $t \gg 1$).

Recuerde que para un circuito RCL en serie, tenemos que:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \left(\frac{R}{L}\right) \frac{dq}{dt} + \left(\frac{1}{LC}\right)q = \frac{E(t)}{L}$$

14. Resuelva la siguiente Ecuación Diferencial de Euler.

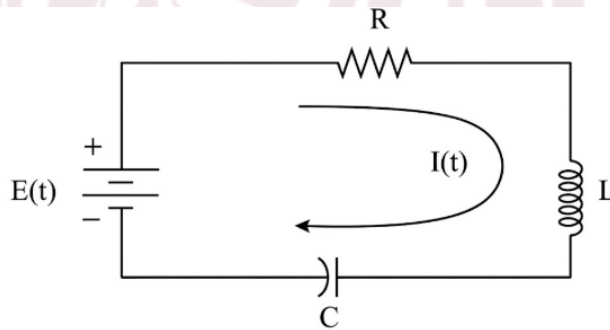
$$(2x - 1)^2 y'' + 2(2x - 1)y' - 4y = 0$$

15. Resuelva la siguiente ED lineal Homogénea

$$y^{IV} + 4y''' + 10y'' + 2y' + y = 0$$

donde $y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = 2, y'''(0) = 3$.

16. Calcule la carga (Q) del capacitor y la corriente (I) en un circuito RCL en serie cuando $L = 2$ h, $R = 20\Omega$, $C = \frac{1}{4}$ f y una fem $E(t) = 10 \sin 2t$, $Q(0) = 0$ C y $I(0) = 2$ A.



17. Determinar las constantes a, b y c de tal manera que la ecuación diferencial

$$y''' + ay'' + by' + cy = 0$$

tenga la solución $C_1 e^{-x} + e^{-2x}(C_2 \text{sen}(4x) + C_3 \cos(4x))$.

18. Resolver por variación de parámetros la ecuación diferencial

$$x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)y = x^{\frac{5}{2}}$$

si $y = \frac{\text{sen } x}{\sqrt{x}}$ es solución de la ecuación homogénea.

19. Encuentre la carga en el capacitor y la corriente en el circuito RLC, con $L = 1$ H, $R = 100\Omega$, $C = 0,0004$ f, $E(t) = 30$ Volts, si $q(0) = 0$ y $q'(0) = 2$ Amperes.



20. Resolver la ecuación diferencial

$$x^3 y''' - 2x^2 y'' - 2xy' + 8y = 0$$

21. a) Utilizando el teorema de convolución hallar la transformada inversa de la siguiente función

$$F(s) = \frac{1}{s^2(s^2 + 4)}$$

b) Resolver la ecuación integral

$$\int_0^t x(\beta) e^{t-\beta} d\beta = \text{sen } t$$

22. Demostrar que la solución de la siguiente ecuación diferencial

$$y'' - y = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 1 \\ 1, & t \geq 1 \end{cases}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

Esta dada por la función

$$y(t) = \begin{cases} 0, & \text{para } 0 \leq t < 1 \\ \frac{e^{t-1} + e^{-t+1}}{2} - 1, & \text{para } t \geq 1 \end{cases}$$

23. Obtenga la solución de la siguiente ecuación diferencial usando un cambio apropiado, $(x-1)^3 y''' + 2(x-1)^2 y'' - 4(x-1)y' + 4y = 0$.

24. Resuelva la siguiente ecuación diferencial, $y'' + 2y = 3e^x + 5$.

25. Determine la solución de ecuación propuesta, $y'' - y = (1 + e^{-x})^{-2}$.

26. Se dice que la siguiente ecuación diferencial con coeficientes variables se puede reducir a una con coeficientes constantes, con un cambio de variable apropiado, $x^2 y'' - xy' + y = 8x$. Use este comentario para determinar su solución.

27. Reducir el orden de la EDO y resolverla por el método de cambio de variable: $(t-1) \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} = 0$

28. Encuentre la solución para la EDO lineal homogéneas con coeficientes constantes y con el método de coeficientes indeterminados una solución particular.

a) $\frac{d^2 y}{dt^2} + 5 \frac{dy}{dt} + 6y = 0$

b) $\frac{d^2 y}{dt^2} + 5 \frac{dy}{dt} + 6y = e^{-2t}$



29. Resuelva la EDO equidimensional homogénea con el método de Euler-Cauchy y encuentre una solución particular con el Método de variación de parámetros.

a) $x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} - x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} - 2y = 0$

b) $x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} - x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} - 2y = x^3$

30. Mencione a que se refiere los siguientes conceptos:

a) Principio de Superposición.

b) El Wronskiano.

c) Conjunto Fundamental de Soluciones.

d) Qué es un conjunto de funciones linealmente independientes.

31. Determine el mayor intervalo en el que se tiene la certeza de que el PVI dado posee una solución única dos veces diferenciable:

$$(x - 3)y'' + xy' + (\ln |x|)y = 0, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 1$$

32. Determinar si las funciones dadas son linealmente independientes en su campo de definición:

a) $y_1 = e^{-x}, \quad y_2 = xe^{-x}$

b) $y_1 = \sin(x), \quad y_2 = \sin\left(x + \frac{\pi}{2^{2023}}\right), \quad y_3 = \sin\left(x - \frac{\pi}{2^{2023}}\right)$

33. Verificar que la función dada es una solución de la ecuación diferencial homogénea. A partir de esta solución, utilizar una reducción de orden para hallar la solución general:

$$y'' - 4y' + 4y = 0, \quad y_1 = xe^{2x}$$

34. Resolver la ecuación diferencial sujeta a las condiciones dadas:

$$y'' + y = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

35. Formar las ecuaciones diferenciales lineales homogéneas conociendo sus ecuaciones características:

a) $r^2 + 3r + 2 = 0$

b) $r^3 = 0$

c) $(r^2 + 2^{2023})^2 = 0$

d) $r(r + 1)(r + 2) = 0$

36. Hallar la solución utilizando el método de coeficientes indeterminados:

$$y'' - 10y' + 24y = -4e^{4x}$$



37. Determinar la forma de la solución particular de la ecuación diferencial lineal no homogénea si se conocen las raíces de su ecuación característica y el segundo miembro $f(x)$:

a) Raíces $r_1 = 0, r_2 = 0$; con

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

b) Raíces $r_1 = i, r_2 = -i$; con

$$f(x) = \sin(x) + \cos(x)$$

38. Si el wronskiano W de f y g es $x^2 e^x$ y $f(x) = 2x$, hallar:

$$g(x)$$

39. Hallar la solución general de la ecuación:

$$y''' - y'' = 12x^2 + 6x$$

40. Si f, g y h son funciones diferenciables, demuestre que:

$$W(fg, fh) = f^2 W(g, h)$$

41. Resolver la siguiente EDL no homogénea sujeta a las condiciones dadas, donde A y k son constantes positivas:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = A \sin(kx), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

42. Determinar si las siguientes funciones son linealmente independientes o linealmente dependientes en su campo de definición:

a) $f(x) = e^{\lambda x} \cos(\mu x), \quad g(x) = e^{\lambda x} \sin(\mu x) \quad \mu \neq 0$

b) $f(x) = \sin(x), \quad g(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2^{2024}}\right), \quad h(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2^{2024}}\right)$

43. En el siguiente problema, la función indicada $y_1(x)$ es una solución de la ecuación diferencial dada. Use la reducción de orden o la fórmula de la integral para encontrar una segunda solución $y_2(x)$.

$$x^2 y'' - xy' + 2y = 0; \quad y_1 = x \operatorname{sen}(\ln x)$$

44. En el siguiente problema resuelva la ecuación diferencial dada usando coeficientes indeterminados.

$$y'' - 2y' + 2y = e^{2x}(\cos x - 3 \operatorname{sen} x)$$



45. En el siguiente problema resuelva cada ecuación diferencial por medio de variación de parámetros.

$$4y'' - 4y' + y = e^{x/2}\sqrt{1-x^2}$$

46. En el siguiente problema resuelva la ecuación diferencial dada.

$$3x^2y'' + 6xy' + y = 0$$

47. a) Muestre que la solución del problema con valores iniciales

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = F_0 \cos \gamma t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$$

es

$$x(t) = \frac{F_0}{\omega^2 - \gamma^2} (\cos \gamma t - \cos \omega t).$$

- b) Evalúe

$$\lim_{\gamma \rightarrow \omega} \frac{F_0}{\omega^2 - \gamma^2} (\cos \gamma t - \cos \omega t).$$

48. Utilizando el método de los coeficientes indeterminados, determina la solución particular de la siguiente ecuación diferencial de tercer orden no homogénea y de coeficientes constantes, sujeta a los valores iniciales indicados.

$$y''' - 6y'' + 12y' - 8y = x^2 + 3x + 2 \quad \text{sujeta a: } y(0) = \frac{13}{16}; \quad y'(0) = \frac{1}{4}; \quad y''(0) = \frac{3}{4}$$

49. Resuelve la siguiente ecuación diferencial de segundo orden con coeficientes variables. Aplicar la ecuación de Cauchy–Euler y el método de variación de parámetros.

$$x^2y'' + xy' - 9y = x^{1/2} + x^{-1/2}$$

50. Resolver.

$$y'' + y = \sec x$$

51. Un capacitor de $C = 1 \times 10^{-3}$ faradios está en serie con una fuente de 20 voltios y un inductor $L = 0,4$ henrios. Si $q(0) = 0$ e $i(0) = 0$, encuentre la carga y corriente máxima.

Recuerde que para un circuito CL en serie, tenemos que:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \left(\frac{1}{LC}\right)q = \frac{E(t)}{L}$$



52. Determine la ecuación diferencial de la siguiente familia de curvas, la ecuación de donde proviene.

53. Halle la solución particular a la siguiente ecuación diferencial.

$$y'' + y' = 4x + 8, \quad y(0) = 8, \quad y'(0) = 2$$

54. Obtenga la segunda solución de la ecuación diferencial mostrada, a partir de la solución propuesta.

$$y'' - y' + ye^{2x} = 0, \quad y_1 = \text{sen}(e^x)$$

55. Resuelva la siguiente ecuación diferencial homogénea mediante un cambio de variable apropiado.

$$(2x + 1)^2 y'' + 2(2x + 1)y' + 9y = 0$$

56. Obtenga la solución general de la ecuación diferencial mostrada.

$$6y''' + 13y'' + y' - 2y = 0$$

57. Resuelva la siguiente ecuación diferencial.

$$y'' + 4y = \cos^2(2x)$$

58. Utilizando el método de los coeficientes indeterminados y haciendo uso de operadores, determina la solución particular de la siguiente ecuación diferencial de tercer orden no homogénea y de coeficientes constantes, sujeta a los valores iniciales indicados.

$$y''' - 9y'' + 27y' - 27y = x^2 + 3x + 2 \quad \text{sujeta a: } y(0) = \frac{62}{81}; \quad y'(0) = \frac{22}{27}; \quad y''(0) = \frac{25}{27}$$

59. Resuelve la siguiente ecuación diferencial de segundo orden con coeficientes variables. Aplicar la Ecuación de Cauchy – Euler y el método de variación de parámetros.

$$x^2 y'' + 7xy' + 9y = x + 12 \ln(x)$$

60. Resuelva la ED de Cauchy-Euler

$$2x^2 y'' + 5xy' + y = x^2 - x$$

61. Resuelva el siguiente problema de condiciones iniciales

$$xy'' + y' = x, \quad \text{sujeta a } y(1) = 1, \quad y'(1) = -1/2$$



Unidad 4

1. Resuelva la ecuación integro-diferencial dada;

$$y' - 2 \int_0^t e^{t-v} y(v) dv, \quad y(0) = 2$$

2. Calcular la corriente del circuito en serie RLC mostrado en la figura cuyos componentes son: una resistencia de 2 ohms, un inductor de 1H, un capacitor de 1Fd y una fuente de voltaje;

$$E(t) = \begin{cases} t, & t < 1 \\ 2 - t, & 1 \leq t \leq 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases}$$

donde la ED para este sistema es

$$L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{1}{C} \int_0^t I dt = E(t) \text{ con } I(0) = 0$$

3. Utilizando el teorema de convolución hallar la transformada inversa de Laplace de la siguiente función

$$F(s) = \frac{1}{s(s^2 + 4)}$$

4. Resolver aplicando la transformada de Laplace la ecuación diferencial que modela la velocidad en caída libre de un cuerpo sometido a la fuerza de gravedad y una resistencia del aire dada por

$$F_k = \beta v$$

Donde β es una constante de proporcionalidad y $v = v(t)$ la velocidad de cuerpo en cualquier instante de tiempo durante su caída. Considere $v(0) = 0$.

5. Aplica la transformada de Laplace para determinar la solución de la siguiente ecuación diferencial

$$y'' + 16y = \begin{cases} \cos 4t, & 0 \leq t \leq \pi \\ 0, & t \geq \pi \end{cases}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

6. Determina la transformada de Laplace de la función

$$f(t) = (t - 1)^3 e^{t-1} H(t - 1)$$

Escribir con tinta la solución de tu examen. Recuerda que se califica el procedimiento y la claridad de tus respuestas

7. Usando la definición de la transformada de Laplace, calcule $\mathcal{L}\{f(t)\}$, donde

$$f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < \pi/2 \\ \cos t, & t \geq \pi/2 \end{cases}$$



8. Evalué

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(s^2 + a^2)^2} \right\}$$

9. Usando el método de Laplace resuelva

$$y'' - 6y' + 9y = t^2 e^{3t}; \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 6$$

10. Encuentre la transformada de Laplace de $f(t)$ definida como;

$$f(t) = \begin{cases} 0, & 0 < t < \pi \\ 1, & \pi < t < 2\pi \\ \cos t, & t > 2\pi \end{cases}$$

Hint: Use escalón unitario

11. Determine $\mathcal{L}\{f(t)\}$ si $f(t) = \sin(4t + 5)$

12. Determine $\mathcal{L}\{f(t)\}$ si $f(t) = \sin t \cos 2t$

13. Determine \mathcal{L}^{-1} de la siguiente función $s^2 F(s) + sF(s) - 6F(s) = \frac{s^2 + 4}{s^2 + 5}$

14. Resuelva la siguiente ecuación diferencial usando transformada de Laplace

$$y''' + 2y'' - y' - 2y = \sin 3t$$

donde $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 2$

15. Calcule $(1 - i)^{23}$

16. Si $f(z) = z^2 + \frac{1}{z} + \ln z$; escriba $f(z) = u + iv$

17. Aplica la transformada de Laplace para determinar la carga y la corriente para el circuito conectado en serie en el cual $L = 1\text{H}$, $R = 20\text{ ohms}$, $C = 0,01\text{F}$ y la fuente de voltaje está dado por $V(t) = 120\sin(10t)$. $q(0) = 0$, $i(0) = 0$.

18. Determina la transformada de Laplace de

$$f(t) = \frac{e^t}{n!} \left[\frac{d^n}{dt^n} (t^n e^{-t}) \right]$$

19. Determina la transformada de Laplace de la función

$$f(t) = e^{-2t} \int_0^t e^{2\beta} \cos(3\beta) d\beta$$

20. Usando la *definición* determine la Transformada de Laplace de la función:

$$f(t) = \begin{cases} \sin t, & 0 \leq t < \pi \\ 0, & t \geq \pi \end{cases}$$



21. Resuelva el problema anterior usando los resultados y teoremas correspondientes.

22. Use la transformada de Laplace para resolver:

$$y'' - 4y' + 4y = t^3 e^{2t}; \quad y(0) = 2; y'(0) = 4$$

23. Use la transformada de Laplace para resolver:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = F_0 \cos \omega t; \quad x(0) = 0; x'(0) = 0$$

Nota: F_0 y ω son constantes.

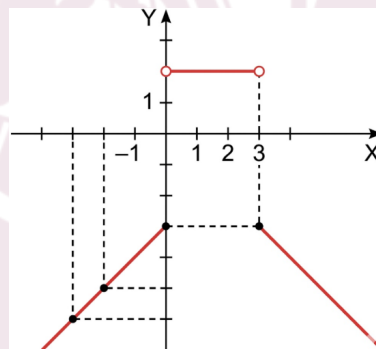
24. Suponga que $f(t)$ tiene transformada de Laplace y resuelva la siguiente ecuación diferencial en términos de $f(t)$:

$$x'' - x = f(t) \quad \text{con} \quad x(0) = 0, x'(0) = 1$$

25. Encuentre la transformada de la siguiente función:

$$f(t) = t \int_0^t \frac{e^t - 1}{t} dt$$

26. Determine la transformada de Laplace de la función $y(x)$ definida por:



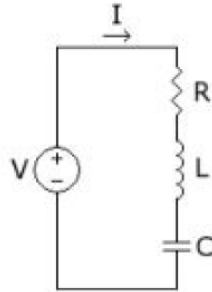
27. Si $f(t)$ es una función de orden exponencial, además de ser continua e integrable en $[0, t]$, demuestre que se cumple que

$$\mathcal{L} \left\{ \int_0^t f(t) dt \right\} = \frac{1}{s} F(s)$$

*Puede usar convolución o el teorema de las derivadas.



28. Resuelva el siguiente circuito por el método de las transformadas de Laplace.



Donde $R = 110\ \Omega$, $L = 1\text{H}$, $C = 0,001\text{F}$ y $V = 90\text{V}[1 - \theta(t - 1)]$.

29. Usando la transformada de Laplace, resuelva el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x' - x + 2y = 0 \\ 3x + y' = 0 \end{cases} \quad \text{con } x(0) = 2, y(0) = -3.$$

30. Evalúe la transformada de Laplace de $\mathcal{L}\{\sin(2t)\}$

31. Evalúe la transformada de Laplace de $\mathcal{L}\{e^{-3t}\}$

32. Evalúe la transformada inversa de Laplace de $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{-2s+6}{s^2+4}\right\}$

33. Resuelva la siguiente PVI de primer orden con la transformada de Laplace: $\frac{dy}{dt} + 3y = 13\sin(2t)$

34. Resolver mediante el teorema de la Transformada de Laplace de una convolución:

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t e^{\tau} \sin(t - \tau) d\tau\right\}$$

35. Encontrar la transformada de Laplace de las funciones siguientes usando la definición:

a) $f(t) = e^{at+b}$

b) $f(t) = \begin{cases} t + 1, & 0 \leq t < 2 \\ t - 1, & 2 \leq t \end{cases}$

36. Mostrar que la transformada de Laplace inversa \mathcal{L}^{-1} es lineal.

37. Evaluar las transformadas inversas siguientes:

a) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2s-4}{9+s^2}\right\}$

b) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{3}{9+\frac{1}{3}s}\right\}$

c) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{9}{s^2+25}e^{-\pi s}\right\}$



38. Aplicar los teoremas de traslación para hallar:

a) $\mathcal{L}\{(\sin(t) - 3 \cos(t))e^{-2\pi t}\}$

b) $\mathcal{L}\{e^{t+2}\mathcal{U}(t-1)\}$

39. Expresar la siguiente función en términos de la función escalón unitario y evaluar su transformada de Laplace mediante el 2do Teorema de Traslación. Elaborar una gráfica.

$$f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < \pi \\ 0, & \pi \leq t \end{cases}$$

40. Mostrar que la convolución es asociativa, esto es:

$$f * (g + h) = f * g + f * h$$

41. Encontrar la transformada de Laplace de las funciones siguientes:

a) $f(t) = \int_0^t (t-u)^2 \cos(2u) du$

b) $f(t) = \int_0^t (t-u)e^u du$

42. Resolver los siguientes PVI's:

a) $y'' + \omega^2 y = \cos(2t), \quad \omega^2 \neq 4, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$

b) $y'' + y = f(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad f(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} \leq t \end{cases}$

43. Sea $a > -1$. Demostrar que $\mathcal{L}\{t^a\} = \frac{\Gamma(a+1)}{s^{a+1}}$, donde Γ es la función gamma.

44. Evaluar las transformadas inversas siguientes:

a) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2s-3}{s^2-4}\right\}$

b) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s} \left(\frac{s-a}{s+a}\right)\right\}$

45. Encontrar la transformada de Laplace de las funciones siguientes:

a) $f(t) = \int_0^t e^{-(t-u)} \sin(u) du$

b) $f(t) = \int_0^t \sin(t-u) \cos(u) du$

46. Resolver el siguiente PVI:

$$y'' + 2y = f(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad f(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & 1 \leq t \end{cases}$$

47. Resuelva el problema con valores iniciales usando transformada de Laplace.

$$y'' + 5y' - y = e^t - 1; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$



48. Resuelva el problema con valores iniciales usando transformada de Laplace.

$$y'' - 7y' + 10y = 9 \cos t + 7 \operatorname{sen} t; \quad y(0) = 5, \quad y'(0) = -4$$

49. Resuelva el problema con valores iniciales usando transformada de Laplace.

$$y'' + 4y = g(t); \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 0$$

donde

$$g(t) = \begin{cases} t, & t < 2, \\ 5, & t > 2. \end{cases}$$

50. Resuelva el problema con valores iniciales usando transformada de Laplace.

$$y'' - 6y' + 5y = te^t; \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -1$$

51. Demuestre que

$$\mathcal{L}\{t^2 y''(t)\}(s) = s^2 Y''(s) + 4s Y'(s) + 2Y(s).$$

52. Mediante la definición demuestre la transformada de Laplace de la siguiente función.

$$f(t) = \left(3e^{-\frac{3}{2}t} - 2\right)^2 \Rightarrow F(s) = \frac{2s^2 - 9s + 36}{s(s+3)(2s+3)}$$

53. Utilizando propiedades y/o teoremas, encuentra la transformada de Laplace de las siguientes funciones. Simplifica tus resultados.

a)

$$f(t) = 2t^2 \operatorname{sen}(t) \operatorname{sen}(-2t)$$

b)

$$f(t) = \frac{e^{-2t} \cos(6t) - e^{-3t}}{t}$$

54. Use la transformada de Laplace para resolver:

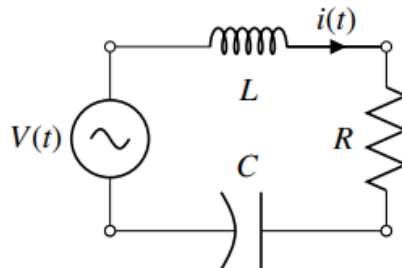
$$y' + y = f(t)$$

Donde:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 1, \\ t, & t \geq 1. \end{cases}$$



55. Usando la transformada de Laplace, resuelva el siguiente circuito.



Un capacitor de $C = \frac{1}{5} F$ con $0,2C$ se conecta al circuito donde $R = 10 \Omega$, $L = 0,5 H$ y $V(t) = 0 V$. Tomando $i(0) = 0 A$. Determine la corriente del capacitor para cualquier tiempo.

56. Usando la función escalón, determine

$$\mathcal{L}\{h(t)\},$$

cuando $h(t)$ se define como

$$h(t) = \begin{cases} -2, & t < 3\pi, \\ 3, & 3\pi \leq t < 5\pi, \\ \text{sen } t, & t \geq 5\pi. \end{cases}$$

57. Usando la transformada de Laplace, resuelva el siguiente sistema de ecuaciones,

$$\begin{cases} y' + z = t, \\ z' + 4y = 0, \end{cases}$$

donde

$$y(0) = 1, \quad z(0) = -1.$$

58. Mediante la definición demuestra la Transformada de Laplace de la siguiente función.

$$f(t) = \begin{cases} 3t & 0 \leq t < 3 \\ 5 & 3 \leq t < 5 \\ 2 & 5 \leq t < \infty \end{cases} \Rightarrow F(s) = \frac{-4se^{-3s} - 3se^{-5s} - 3e^{-3s} + 3}{s^2}$$



59. Utilizando propiedades y/o teoremas, encuentra la Transformada de Laplace de la siguiente función (simplifica tus resultados).

a) $f(t) = t^{-1}[e^{-2t} \cos(3t) - \cos(2t)]$

60. Calcule la transformada de Laplace de la función

$$f(t) = e^{t+7}$$

